

La transformation de Lorentz-Einstein et le temps universel de M. Ed. Guillaume

Dmitry Mirimanoff

LU AVEC LIREGRATUITEMENT.COM

Livre libre de droits, lisible gratuitement en ligne et en quinze minutes par jour.

La transformation de Lorentz-Einstein et le temps universel de M. Ed. Guillaume

Séance du 17 mars 1921.

D. Mirimanoff. — La transformation de Lorentz-Einstein et le temps universel de M. Ed. Guillaume.

Dans une série de communications et d'articles, M. Ed.-Guillaume a cherché à introduire dans la théorie de la relativité une représentation monoparamétrique du temps. Il a réussi à donner de ce problème une solution intéressante dans le cas où le nombre des systèmes de référence est égal à deux. Cette solution comporte, comme on sait, une interprétation géométrique simple.

Je me propose d'en donner une interprétation nouvelle. Je ferai voir que le paramètre t {\displaystyle t} de M. Guillaume ne diffère que par un facteur constant du temps τ {\displaystyle \tau } d'un système particulier d'Einstein que j'appelle système médian. À chaque couple de systèmes de référence correspond un système médian et un paramètre t {\displaystyle t} de M. Guillaume. On se rend mieux compte alors pourquoi le procédé de M. Guillaume n'aboutit plus lorsque le nombre n {\displaystyle n} des systèmes de référence est supérieur à deux. En effet, pour n > 2 {\displaystyle n>2} le nombre des systèmes médians et par conséquent celui des paramètres t {\displaystyle t} est supérieur à un et ces paramètres sont en général distincts.

1. Système médian. Soient S 1 {\displaystyle S_{1}} et S 2 {\displaystyle S_{2}} deux systèmes de référence d'Einstein animés l'un par rapport à l'autre d'un mouvement de translation uniforme le long des axes o 1 x 1 , o 2 x 2 {\displaystyle o_{1}x_{1},o_{2}x_{2}} . Je suppose que la transformation de Lorentz-Einstein soit applicable à ces systèmes et que par conséquent les coordonnées x 1 , x 2 {\displaystyle x_{1},x_{2}} et les temps τ 1 , τ 2 {\displaystyle \tau _{1},\tau _{2}} soient liés par les relations

$$x1=\beta (x2\ +\alpha c\tau 2),x2=\beta (x1\ -\alpha c\tau 1),c\tau 1=\beta (c\tau 2+\alpha x2),c\tau 2=\beta (c\tau 1-\alpha x1).{\displaystyle {\begin{aligned}{2}x_{1}&=\beta (x_{2}\ +\alpha c\tau _{2}),\qquad &x_{2}&=\beta (x_{1}\ -\alpha c\tau _{1}),\\c\tau _{1}&=\beta (c\tau _{2}+\alpha x_{2}),&c\tau _{2}&=\beta (c\tau _{1}-\alpha x_{1}).\end{aligned}}\qquad \qquad } (1)$$

où α = v c {\displaystyle \alpha ={\tfrac {v}{c}}} , β 2 = 1 1 − α 2 {\displaystyle \beta ^{2}={\tfrac {1}{1-\alpha ^{2}}}} , v {\displaystyle v} étant la vitesse de S 2 {\displaystyle S_{2}} par rapport à S 1 {\displaystyle S_{1}} .

Envisageons maintenant un 3 système S parallèle à S 1 {\displaystyle S_{1}} et S 2 {\displaystyle S_{2}} et animé également d'un mouvement de translation le long de o 1 x 1 {\displaystyle o_{1}x_{1}} . Soit v 0 {\displaystyle v_{0}} sa vitesse par rapport à S 1 {\displaystyle S_{1}} . La transformation de Lorentz s'applique encore et l'on a

$$x1=\beta 0(x\ +\alpha 0c\tau),x=\beta 0(x1\ -\alpha 0c\tau 1),c\tau 1=\beta 0(c\tau +\alpha 0x),c\tau =\beta 0(c\tau 1-\alpha 0x1).{\displaystyle {\begin{aligned}{2}x_{1}&=\beta _{0}(x\ +\alpha _{0}c\tau),\qquad &x&=\beta _{0}(x_{1}\ -\alpha _{0}c\tau _{1}),\\c\tau _{1}&=\beta _{0}(c\tau$$

$$+\alpha _{0}x),&c\tau &=\beta _{0}(c\tau _{1}-\alpha _{0}x_{1}).\end{alignedat}}\qquad \qquad } (2)$$

où x {\displaystyle x} et τ {\displaystyle \tau } sont l'abscisse et le temps correspondants dans S {\displaystyle S} , α 0 = v 0 c {\displaystyle \alpha _{0}={\tfrac {v_{0}}{c}}} , etc.

Supposons que la vitesse de S 2 {\displaystyle S_{2}} par rapport à S {\displaystyle S} soit aussi égale à v 0 {\displaystyle v_{0}} . Je dirai que le système S {\displaystyle S} est le système médian correspondant. Comment s'expriment v 0 , α 0 , β 0 {\displaystyle v_{0},\alpha _{0},\beta _{0}} en fonction de v , α , β {\displaystyle v,\alpha ,\beta } ? Pour le trouver il suffit d'exprimer x 1 , τ 1 {\displaystyle x_{1},\tau _{1}} en fonctions des paramètres x , τ {\displaystyle x,\tau } (form. (2)) et ces derniers en fonction de x 2 , τ 2 {\displaystyle x_{2},\tau _{2}} et identifier les formules finales avec (1), ce qui donne

$$2 \alpha 0 1 + \alpha 0 2 = \alpha , \alpha 0 = \beta - 1 \alpha \beta , \beta 0 2 = \beta + 1 2 , (1 - \alpha \alpha 0) \beta = 1.$$

$$\displaystyle {\frac {2\alpha _{0}}{1+\alpha _{0}^{2}}}=\alpha ,\quad \alpha _{0}={\frac {\beta -1}{\alpha \beta }},\quad \beta _{0}^{2}={\frac {\beta +1}{2}},\quad \left(1-\alpha \alpha _{0}\right)\beta =1.\quad } (3)$$

2. Contraction. Envisageons deux points P ′ {\displaystyle P'} et P ″ {\displaystyle P''} . Soient x 1 ′ , x 2 ′ , x ′ {\displaystyle x'_{1},x'_{2},x'} ; x 1 ″ , x 2 ″ , x ″ {\displaystyle x''_{1},x''_{2},x''} leurs coordonnées dans S 1 {\displaystyle S_{1}} , S 2 {\displaystyle S_{2}} et S {\displaystyle S} au même moment τ {\displaystyle \tau } (temps d'Einstein du système médian). En vertu de (2)

x 1 ′ = β 0 (x ′ + α 0 c τ) , x 1 ″ = β 0 (x ″ + α 0 c τ) . {\displaystyle x'_{1}=\beta _{0}\left(x'+\alpha _{0}c\tau \right),\quad x''_{1}=\beta _{0}\left(x''+\alpha _{0}c\tau \right).}

Donc

$$x\,1\,''-x\,1\,'=x\,2\,''-x\,2\,'\ {\displaystyle x''_{1}-x'_{1}=x''_{2}-x'_{2}\qquad \qquad \qquad \qquad \qquad }\ (4)$$

Il n'y a donc pas de contraction, pourvu que P ′ {\displaystyle P'} et P ″ {\displaystyle P''} soient envisagés au même moment τ {\displaystyle \tau } .

La réciproque est vraie, en d'autres termes : Si la contraction n'a pas lieu en adoptant le temps τ {\displaystyle \tau } d'un système d'Einstein, ce système est le système médian.

3. Autre relation. Soit P {\displaystyle P} un point d'abscisses x 1 {\displaystyle x_{1}} et x 2 {\displaystyle x_{2}} dans S 1 {\displaystyle S_{1}} et S 2 {\displaystyle S_{2}} . On a, en remplaçant dans la 1 formule (1) le paramètre τ 2 {\displaystyle \tau _{2}} par son expression en fonction de x 2 {\displaystyle x_{2}} et τ {\displaystyle \tau }

$$x\,1=\beta \{(1-\alpha \,\alpha \,0)\,x\,2+\alpha \,\beta \,0\,c\,\tau \}=x\,2+\beta \,\beta \,0\,v\,\tau ,\ {\displaystyle x_{1}=\beta \left\{\left(1-\alpha \,\alpha _{0}\right)x_{2}+{\frac {\alpha }{\beta _{0}}}c\tau \right\}=x_{2}+{\frac {\beta }{\beta _{0}}}v\tau ,\qquad \qquad }\ (5)$$

en vertu de (3).

4. L'heure universelle de M. Guillaume. Soit k {\displaystyle k} une fonction quelconque de v {\displaystyle v} . Comme v {\displaystyle v} est const., k {\displaystyle k} est constant. Supposons k > 0 {\displaystyle k>0} et posons t = k τ {\displaystyle

t=k\tau } . Si au lieu du temps d'Einstein τ {\displaystyle \tau } , on adopte le temps t {\displaystyle t} , la simultanéité n'est pas troublée. L'égalité (4) reste vraie, donc pas de contraction, l'égalité (5) s'écrit x 1 = x 2 + 1 k β β 0 v t {\displaystyle x_{1}=x_{2}+{\tfrac {1}{k}}{\tfrac {\beta }{\beta _{0}}}vt} . Supposons en particulier que k = β β 0 {\displaystyle k={\tfrac {\beta }{\beta _{0}}}} , d'où t = β β 0 τ {\displaystyle t={\frac {\beta }{\beta _{0}}}\tau } . L'équation (5) s'écrit

$$x_1 = x_2 + v\,t \qquad (6)$$

Multiplions la 2 équation du second groupe (2) par k = β β 0 {\displaystyle k={\tfrac {\beta }{\beta _{0}}}} , il vient, en vertu de (3),

$$c\,t_1 = c\,b\,t + b - 1\,a\,b\,x_1 .$$

On tombe, comme on voit, sur l'équation qui définit le temps universel t {\displaystyle t} de M. Guillaume. Par conséquent le temps t {\displaystyle t} défini par t = β β 0 τ {\displaystyle t= {\tfrac {\beta }{\beta _{0}}}\tau } est bien le paramètre de M. Guillaume. Il ne diffère du temps τ {\displaystyle \tau } du système médian que par le facteur constant k = β β 0 {\displaystyle k={\tfrac {\beta }{\beta _{0}}}} .

5. Cas de trois systèmes. Envisageons trois systèmes S 1 , S 2 , S 3 {\displaystyle S_{1},S_{2},S_{3}} parallèles animés d'un mouvement de translation uniforme parallèlement aux axes des x {\displaystyle x} . Soient v 12 , v 13 , v 23 {\displaystyle v_{12},v_{13},v_{23}} les vitesse relatives de S 2 {\displaystyle S_{2}} par rapport à S 1 {\displaystyle S_{1}} , de S 3 {\display-

style S_{3}} par rapport à S 1 {\displaystyle S_{1}} , de S 3 {\displaystyle S_{3}} par rapport à S 2 {\displaystyle S_{2}} et t 12 , t 13 , t 23 {\displaystyle t_{12},t_{13},t_{23}} les paramètres de M. Guillaume. On aura alors en vertu de (6).

x 1 = x 2 + v 12 t 12 ; x 1 = x 3 + v 13 t 13 ; x 2 = x 3 + v 23 t 23 ;
{\displaystyle x_{1}=x_{2}+v_{12}t_{12}\,;\quad
x_{1}=x_{3}+v_{13}t_{13}\,;\quad
x_{2}=x_{3}+v_{23}t_{23}\,;}

par exemple l'abscisse x 1 {\displaystyle x_{1}} de O 2 {\displaystyle O_{2}} est donnée par x 1 = v 12 t 12 {\displaystyle x_{1}=v_{12}t_{12}} , celle de O 3 {\displaystyle O_{3}} par x 1 = v 13 t 13 {\displaystyle x_{1}=v_{13}t_{13}} . Les paramètres t 12 , t 13 , t 23 {\displaystyle t_{12},t_{13},t_{23}} ne doivent pas être confondus entre eux.

Sources et licence

Texte : https://fr.wikisource.org/wiki/La_transformation_de_Lorentz-Einstein_et_le_temps_universel_de_M._Ed._Guillaume. Domaine public ; transcription Wikisource CC BY-SA 4.0. Mise en forme : liregratuitement.com. Tout ce que nous ajoutons reste libre.