

L’Art de jetter les Bombes

François Blondel

LU AVEC LIREGRATUITEMENT.COM

Livre libre de droits, lisible gratuitement en ligne et en quinze minutes par jour.

L’imprimeur au lecteur.

Efut en l’année 1675 que l’Auteur de ce Livre en préſenta le manuſcrit au Roi qui le reçût d’un maniére la plus obligeante du monde. Et comme ſa Majeſté avoit alors à ſoûtenir la guerre contre les nations les plus puiſſantes de l’Europe qui s’êtoient liguées contre la France ; elle ne jugea pas à propos que la doctrine eſt expliquée dans cét Ouvrage, devint publique dans un tems où ſes ennemis auroient pû s’en prévaloir contre ELle. Ce Livre eut alors le même ſort que celui de la Nouvelle maniére de Fortifier les Places, que l’Auteur avoit preſentée deux ans auparavant à S. M. Et c’eſt ſeulement après avoir donné la paix à ſes ennemis, qu’elle a voulu que l’Auteur fit imprimer ces deux Ouvrages avec ceux de Mathématique qu’il avoit enſeignés à Monseigneur le Dauphin, voulant par ce moïen que le public pût profiter de ce qui s’eſt fait pour l’inſtruction de ce Prince.

Au reſte il y a quatre parties dans ce Livre : la premiére eſt une eſpéce de rélation hiſtorique de ce qui s’eſt fait & écrit ſur le ſujet des Bombes & des portées du Canon juſqu’à nous : la ſeconde enſeigne diverſes pratiques ſur le même ſujet & particuliérement pour le jet des Bombes en toutes ſortes de poſition du mortier tant par les Sinus que par les Inſtrumens, par les Tables, par le Compas de proportion, &c. La troiſiéme eſt de pure Théorie qui démontre à fond tout ce qui s’eſt dit ſur cette doctrine & ce qui s’eſt propoſé dans les pratiques : la quatriéme réſout les objections que l’on peut faire tant contre la Théorie que contre les pratiques, dont elle confirme la doctrine par les expériences.

Au Roi.

IRE,

Peut-être que je viens un peu hors de ſaiſon, offrir à Votre Majeſté ce Traité de l'Art de jeter les Bombes, dans un tems où Elle vient de donner la paix à l'Europe, & où il ſemble que la ſcience de l'Artillerie ne doive plus être employée qu'à faire des feux de joye. J'eſpére néanmoins que mon ouvrage ne lui ſera pas tout-à-fait déſagréable, & qu'Elle y verra avec quelque plaiſir les régles d'un Art dont Elle s'eſt ſi utilement ſervie dans ſes Conquêtes, & qui n'a pas été un des moindres inſtrumens de ſes Victoires. J'oſe me flater qu'Elle approuvera le deſſein que j'ai d'empêcher un Art ſi noble de périr, en le réduiſant aux Régles certaines de la Mathématique, & donnant moyen aux Eleves de s'y perfectionner. D'ailleurs, Sire, c'eſt dans le tems de la paix, à bien parler, que l'on doit étudier le métier de la Guerre, & il ne faut pas attendre à en acquérir la connoiſſance, qu'on ſoit obligé de le mettre en pratique. C'eſt dequoi V. M. a donné Elle-même d'illuſtres preuves, lors-que dans le ſein de la Paix, au milieu du calme & du repos, Elle aguériſſoit, pour ainſi dire, ſes ſoldats par les fréquentes revûës qu'Elle leur faiſoit faire, & par les continuëls exercices où Elle les occupoit. Ainſi quand V. M. s'eſt miſe en Campagne, Elle a trouvé des troupes toutes dreſſées, & a été d'abord en état d'exécuter toutes ces grandes choſes qui ſont à peine croyables à ceux qui les ont vûës, & dont tout l'avenir parlera avec étonnement. C'eſt donc, Sire, pour ſeconder, en ce que je puis, de ſi glorieux deſſeins, que je mets ce Traité au jour. Heureux ! s'il peut être en effet utile à V. M. & ſi Elle a la bonté de le recevoir comme un témoignage de la reconoiſſance que je lui dois pour les graces dont Elle m'a comblé. Je ſuis

SIRE

Le tres-humble, tres-obéiſſant
& tres-fidéle ſujet & ſerviteur

BLONDEL.

Chapitre 1.1.1

ORIGINE DES BOMBES.

L'Uſage des Bombes & des Grenades n'eſt pas fort ancien : Et quoi que l'on ait quelque exemple dans l'Hiſtoire de certains vazes de feu que l'on lançoit avec des machines les Villes des Ennemis ; il eſt conſtant que c'étoit toute autre choſe que nos Bombes que l'on charge de Poudre à Canon, dont on n'avoit alors aucune conoiſſance.

Les premieres que l'on a veuës ont êté jettées dans la Ville de Wacthendonch en Gueldres que le Comte de Mansfeld aſſiegeoit ſous le Prince de Parme en l'année 1588. où ces Bombes ayant en peu de temps ruiné tous les logemens, elles êtonnerent tellement ceux de la Place qu'ils furent contraints de ſe rendre.

L'on dit qu'un Habitant de Venlo dans la même Province les avoit inventées quelque temps auparavant, pour s'en ſervir ſeulement aux feux d'artifice de plaiſir : Et que pour divertir le Duc de Cleves, qui ſe trouvoit alors à Venlo, il en avoit jetté pluſieurs en ſa preſence, dont l'une par malheur tombant dans une des maiſons, elle y avoit allumé un embrazement ſi horrible, que la

meilleure partie de cette pauvre Ville en avoit été conſumée, ſans que l'on pût y apporter aucun remede.

Il y a des Hiſtoriens Hollandois qui rapportent, que peu de mois avant ce malheur, un Ingenieur Italien avoit fait quelques experiences ſemblables à Bergopſon, pretendant rendre l'uſage de ſes bombes facile & utile pour la Guerre ; mais qu'il s'êtoit miſerablement brûlé lui-même, mettant le feu par hazard à la compoſition qu'il faiſoit pour ce ſujet.

Quoy qu'il en ſoit, il eſt tres-veritable que l'on n'avoit rien veu de pareil en ce temps-là : Bien que l'uſage des mortiers ſoit peut-être autant ancien que celui des Canons mêmes, puiſque nous en voyons de fer & de fonte d'une fort ancienne ſtructure, & que nous ſçavons que l'on s'en eſt fort ſervi dans les Guerres d'Italie au commencement du ſiecle paſſé, à jetter des pierres & des balles de Canon ardentes pour mettre le feu dans les Villes.

Il y a même le deſſein d'un mortier qui lance un boulet enflammé parmi diverſes autres pieces d'artillerie, qui ſont figurées dans le frontiſpice du Livre de Nicolo Tartaglia Mathematicien de Breſſe en Italie, imprimé en l'année 1538.

Chapitre 1.1.2

Premier usage des Bombes en France par Maltus.

LEs Eſpagnols & les Hollandois ſe ſont ſervi de Bombes & de Grenades dans les longues Guerres qu'ils ont euës enſemble : Mais

c'eſt ſeulement en l'année 1634. au premier ſiege de la Motte, que nous en avons veu dans nos armées. Il n'eſt pas vray que l'on en ait jetté pendant le ſiege de la Rochelle, comme Caſimir Siemienouski Polonois l'a dit dans ſon Livre du grand Art de l'Artillerie. Le feu Roy avoit fait venir d'Hollande le ſieur Maltus Ingenieur Anglois pour cet effet ; Et nous l'avons veu en pluſieurs ſieges ſervir principalement aux batteries des Bombes avec beaucoup de ſuccés. À Colioure en l'année 1642., il en jetta une qui creva la Ciſterne & obligea les aſſiegez à ſe rendre plûtôt qu'ils n'auroient fait ſans cet accident.

Il n'avoit point dans les commencemens toute l'experience qu'il a acquiſe dans la ſuite. Au premier ſiege de Landreci en l'année 1637., ſa batterie êtoit dans une redoute à l'attaque de Monſieur le Cardinal de la Valette ; Et l'on venoit ſe plaindre à tous momens que les Bombes qu'il penſoit jetter dans la Place, paſſoient par deſſus & alloient tuer du monde dans la trenchée aux attaques de Monſieur de Candale & de Monſieur de la Meilleraye qui êtoient aux autres côtés de la Ville.

Il lui arriva même un aſſés grand malheur pendant ce ſiege. La curioſité ayant amené dans ſa batterie pluſieurs Officiers Generaux de l'armée, il tira quelques Bombes en leur preſence ; mais enfin ayant mis le feu à le fuſée d'une Bombe chargée, comme il voulut le mettre à l'amorce de la lumiere du mortier, ſa meche ſe trouva éteinte ; il en prit l'épouvante & criant, ſauve qui peut, il ſauta le premier par deſſus le parapet de la redoute : chacun en voulut faire de même, mais la foule & le deſordre furent ſi grands, que la Bombe crevant dans le mortier & le mettant en mille morceaux, elle tua ou eſtropia beaucoup de gens.

Cet Ingenieur fut tué au dernier ſiege de Gravelines par un malheur tout à fait extraordinaire. Il avoit remarqué un poste prés de la Contr'eſcarpe des Ennemis où il avoit deſſein de pouſſer ſon travail à l'entrée de la nuit, & voulant le faire voir à l'Officier General, il fit un ſaut dans la tranchée pour en reconnoître la ſituation ; l'Officier en fit un aprés luy & n'ayant pas aſſés bien reconu l'endroit, il pria Maltus de ſauter encore une fois pour le lui faire mieux remarquer : Maltus le fit & receut en l'air un coup de mouſquet dans la tête. Ce qui fit dire par une eſpece de raillerie, qu'il avoit êté tiré en volant.

Toute ſa ſcience êtoit purement d'experience. Il n'avoit aucune connoiſſance des Mathematiques, ni d'aucune autre ſcience qui pût lui faire ſçavoir la nature du mouvement des Bombes, & de la ligne courbe qu'elles décrivent dans l'air par leur paſſage, ou de la difference de leurs portées ſuivant les differences de leurs élevations. Il ne pointa jamais ſon mortier que par hazard & en tatonnant, ou pour mieux dire par l'eſtime qu'il faiſoit de l'élognement du lieu où il vouloit jetter la Bombe, ſuivant lequel il lui donnoit plus ou moins d'élevation ; prenant garde ſi les premiers coups êtoient juſtes ou non, afin de baiſſer ſon mortier, ſi ſa portée êtoit courte ; ou le hauſſer, ſi elle alloit au dela de ſon but ; ſe ſervant à cet effet d'une eſquerre dont il faiſoit parade ; & dont je parleray amplement cy-aprés.

Chapitre 1.1.3

Il y a des regles certaines pour les Jets des Bombes inconnuës aux Bombardiers.

LA plus grande partie des Officiers, qui ſervent preſentement aux batteries des Bombes, ſont des Elevés de Maltus ; & je n'en ay encore veu aucun, qui eut autre conoiſſance de cet art que de l'experience de pratique. Ceux qui en ont écrit parmi nous & Maltus luy-même, n'en diſent point d'avantage. Ils veulent que l'on ſçache à peu prés, par la pratique, l'élevation que l'on doit donner au mortier pour le faire porter à la diſtance que l'on ſouhaite ; Et que l'on ait le ſoin d'augmenter ou de diminuer cette élevation à proportion que la Bombe ſe trouve plus ou moins élognée ou en deça ou en dela du but.

Mais comme il a des regles certaines & demonſtratives, fondées ſur la Geometrie & ſur la conoiſſance que l'on a acquiſe de la nature du mouvement des corps jettez, & de la ligne courbe qu'ils décrivent par leur paſſage en l'air ; par le moyen deſquelles on peut raiſonner autant juſte que l'on le peut humainement ſur la differente étenduë des portées, non ſeulement des Bombes mais du Canon même en toutes ſortes d'Elevation : & comme on a ſur ce fondement inventé des inſtrumens qui peuvent donner des facilités extraordinaires à l'art de jetter les Bombes.

J'ay crû que je ferois ſervice au public ſi j'approfondiſſois cette matiere, recherchant avec ſoin ce qui en a été dit par les Auteurs, & faiſant remarquer ce qu'il y a de faux dans le raiſonnement des uns, & ce que l'on peut recevoir pour aſſûré dans les pratiques des autres.

Il y a peu de matiere phyſique ſur laquelle on ait écrit plus de volumes que ſur la nature du mouvement des corps & dont pourtant on ait eu moins de conoiſſance par le paſſé. Tous les Philoſophes anciens ont fort bien ſçû que les mouvemens des corps

qui tombent, & qu'ils ont appellé le mouvement naturel, s'augmentent inceſſament à meſure qu'ils s'élognent du commencement de leur cheute : mais perſonne n'a ſçû dire par quelle proportion ſe fait cette augmentation de viteſſe. Ils ont bien conu que les corps jettez en l'air, par un mouvement qu'ils ont appellé violent, y décrivent en paſſant une ligne courbe ; mais il n'ont jamais dit de quelle nature eſt cette ligne, & quelles en ſont les proprietés.

Chapitre 1.1.4

Sentiment de Tartaglia sur le jet des Bombes.

NICOLO TARTAGLIA, Mathematicien de la Ville de Breſſe dans l'Etat des Venitiens, duquel nous avons parlé cy-devant, & qui vivoit au commencement du ſiecle paſſé, eſt le premier qui a recherché l'un & l'autre, & qui en a voulu faire l'application au mouvement des boulets tirés par le Canon ou par le mortier.

Mais comme il a établi certains principes de phyſique, qui ne ſont pas veritables ; il ne faut pas s'êtonner que ſes concluſions ſoient élognées du veritable genie de la nature. Il a crû qu'il n'y pouvoit avoir de mouvement qui fut compoſé du naturel & du violent ; ce qui lui a fait dire que la ligne courbe qu'un boulet, ſortant d'un mortier ou d'une piece d'Artillerie, décrit en paſſan dans l'air, ſe faiſoit en partie par le mouvement violent dont la force va toûjours en diminuant, & en partie par le mouvement naturel qui augmente inceſſamment de viteſſe à meſure qu'il s'élogne de ſon principe. Ce qui eſt faux dans la ligne que dé-

crivent les Corps jettés dans laquelle ils diminuent inceſſamment de viteſſe.

Il avoit beaucoup medité ſur ce ſujet ; & dans le titre du livre que nous avons de lui intitulé de la ſcience Nouvelle, il promet de donner l'ordre & la proportion avec laquelle les portées des coups de Canon ou de mortier s'augmentent ou diminuent ſuivant la differente élevation de la piece, & le moyen de calculer toutes les differentes étenduës des mêmes portées ſur la conoiſſance d'un ſeul coup tiré & meſuré. Il eſt vray que dans la ſuite de ſon diſcours il dit que, cette ſcience pouvant contribuer à la ruine & à la perte des hommes, il avoit reſolu de la ſupprimer, ſe reſervant neanmoins la faculté de l'enſeigner de vive voix à ceux qui s'en voudroient ſervir contre les Infideles.

Il a cependant produit pluſieurs choſes nouvelles pour la guerre ; & nous pouvons dire en paſſant que c'eſt lui qui s'eſt aviſé le premier d'arondir les flancs de ſes Baſtions en dedans de leur demi gorge ; dont je voy que l'on a renouvellé l'uſage depuis peu parmi nous : Quoi que les raiſons de Tartaglia ſoient bien differentes des noſtres.

Les Courtines êtoient extremement longues de ſon temps, & les Baſtions tres-petits. L'attaque ſe faiſoit alors le plus ſouvent au milieu de la courtine : ainſi il êtoit bon de diſposer le flanc de cette forme, afin que ces pieces pûſſent non ſeulement les flanquer, mais tirer même dans le dos des breches que l'on y auroit faites : à quoy les flancs arondis en dedans font un merveilleux effet, contenant plus de pieces tournées vers la Courtine que les flancs en ligne droite.

Mais à preſent que les attaques ſe font aux faces des Baſtions, il me ſemble que le Canon des flancs doit être principalement tourné de leur côté, & que ceux qui ne voient que la courtine ne ſont pas de grand uſage : Auquel cas il eſt faux de dire qu'un flanc arondi contienne plus de Canons voyans la face oppoſée, qu'un flanc droit ; Et cet uſage à mon ſens, ne ſert qu'à ôter du terrain dans la gorge du Baſtion en la reſſerrant, à diminuer la défence en l'allongeant, & à augmenter inutilement la dépence.

Chapitre 1.1.5

Equerre des Canoniers inventée par Tartaglia.

C'Eſt encore le même Tartaglia qui est l'Inventeur de l'Equerre des Canoniers dont voici la figure.

Elle a deux bras attachez à angles droits, dont l'un eſt plus long que l'autre, afin de pouvoir entrer dans l'ame de la piece que l'on veut pointer. Les bras ſont enfermés d'un quart de Cercle, dont le centre est au point où ils ſont joints, & où il a un filet attaché avec un plomb. Le quart de Cercle eſt diviſé en 12. parties égales à commencer du côté du plus petit bras : ces parties s'appellent des points, & chaque point est encore diviſé en 12. autres particules que l'on appelle des minutes : & par ce moyen le quart de Cercle entier est diviſé en 144. parcelles.

L'uſage de l'Equerre eſt de meſurer les differentes élevations d'une piece d'Artillerie ou d'un mortier : car mettant le bras le plus long A E dans l'ame du Canon, le plomb tombant perpendi-

culairement, marque par ſon filet le point de l'élevation ſur le bord du Quart de Cercle. Comme ſi l'on ſuppoſe que la piece ſoit élevée ſuivant la ligne droite E A, & que la droite E F ſoit mené parallele à l'horizon ; il eſt aiſé de démontrer que l'angle de l'Elevation F E A, eſt égal à l'angle C A D qui eſt marqué par le nombre des points compris entre le bras C de l'Equerre & le filet A D.

Il y a apparence que Tartaglia a crû que les differentes étenduës des coups de Canon ou de mortier ſuivant leurs differentes élevations, croiſſoient ou decroiſſoient à proportion des points de ſon Equerre ; C'eſt à dire qu'un coup d'une piece pointée au quatriéme point alloit quatre fois plus loin, que lors qu'elle êtoit pointée au premier point ; & deux fois plus loin que lors qu'elle êtoit ſeulement élevée au deuxiéme. Car je ne voy pas que la diviſion de cet inſtrument puiſſe être d'aucun autre uſage.

Mais il a êté bien trompé s'il a êté perſuadé que les portées d'une piece s'augmentoient ou diminuoient ſuivant cet ordre, puiſque nous ſçavons par la raiſon & par l'experience, qu'elles ſuivent une proportion infiniment élognée de celle-la.

Chapitre 1.1.6

Autres découvertes de Tartaglia.

IL eſt neanmoins le premier qui ſe ſoit apperceu, qu'il êtoit abſolument impoſſible qu'il y eut aucun endroit dans toute l'étenduë de la ligne, que le boulet ou la bombe décrit par ſon paſſage dans

l'air, fut en ligne droite, & qu'il faloit neceſſairement que cette ligne fut courbe en toutes ſes parties.

C'eſt le même qui a dit le premier que les coups tirés à l'élevation du ſixieme point de ſon Equerre qui répond à l'angle de 45 degrez, êtoient ceux dont la portée êtoit de plus grande êtenduë, & qu'ils alloient plus loin non ſeulement que les coups tirés lors que la piece êtoit moins élevée comme au quatriême ou au cinquiéme point, mais que ceux même qui partoient d'une élevation au deſſus comme au ſeptiéme ou huitiéme point & même plus haut.

Il dit que les Canoniers de ſon temps êtoient perſuadez que les coups tirés à deux points en deſſous du ſixiéme, êtoient plus grands que ceux du ſixiéme ; mais qu'ils en avoient êté deſabuſés par ſa doctrine & par l'experience, aprés une gageure fait à Verone en l'année 1532, où l'on tira deux coups d'une Coulevrinee de vingt livres chargée également de poudre & de balle, l'un ſur l'élevation du ſixiéme point, & l'autre ſur celle de deux points au deſſous.

Il avouë qu'il n'êtoit pas preſent à l'experience & que ce qu'il dit de l'êtendüe de chaque coup, n'eſt que ſur le raport des autres, qui lui firent entendre que le premier coup au ſixiéme point avoit porté à la longueur de 1972 perches Veroneſes qui ſont à peu prés égales à nos toiſes, & l'autre coup au deuxiéme point au deſſous du ſixiéme, à la longueur de 1872.

Surquoy il faut cette reflexion, qu'il faut dans la ſupputation de ces deux nombres, qu'il y ſoit arrivé de trois choſes l'une ; ou que l'on n'ait pas meſuré exactement l'êtenduë de ces deux coups ; ou que l'on ne la lui ait pas rapportée au juſte ; ou que la

piece du ſecond coup ait êté plus chargée ou de meilleur poudre qu'au premier : parce, dit-il, que la raiſon lui fait conoitre que la portée du ſecond coup ne devoit pas être ſi grande à proportion du premier. S'il avoit marqué de combien elle devoit être moindre, nous pourrions tirer quelque conoiſſance de ſes ſentimens ; Mais il ne dit rien de plus.

Ce qu'il dit neanmoins que le ſecond coup ne devoit pas être ſi grand, eſt veritable ; car l'angle droit de l'Equerre êtant partagé en 12. parties égales, chaque point contient 712. deg., & partant l'élevation à deux points au deſſous du ſixiéme eſt à 15. deg. ſous le demy droit, c'eſt à dire à 30. deg. ; ſuivant laquelle la portée ne devoit être au vroi que de 1710. perches, ſi celle de 45. deg. avoit êté de 1972.

Cette difference ſi notable me fait conjecturer qu'il y a faute au texte de l'Auteur, & qu'au lieu de deux points au deſſous du ſixiême, il faut lire un point au deſſous du ſixiéme ; Car la portée du ſecond coup de 1872 perches ſuppoſé que celle du premier coup à l'élevation de 45. degrés fut de 1972. demande l'élevation de prés de 36. deg. qui n'eſt pas élognée de celle du cinquiéme point de l'Equerre, qui eſt un point au deſſous du ſixiéme.

Suppoſant donc, ce qui eſt tres veritable, que les differentes étenduës des coups de volée ne ſuivent point du tout la proportion des points de l'Equerre de Tartaglia ; il paroît que pour s'en ſervir avec quelque utilité, il faudroit que le Canonier éprouvât ſa piece élevée à tous les points & même à toutes les minutes de ſon Equerre, & qu'ayant exactement meſuré toutes les portées, il ſe ſouvint preciſement de chacune pour s'en ſervir quand il auroit beſoin de la faire chaſſer à une diſtance égale. Deplus il faudroit qu'il ſe ſouvint de donner toûjours la même charge & la même

poudre à ſa piece ; autrement ſes experiences ſeroient inutiles. Et ce qui eſt de plus incomode, c'eſt qu'elles ne lui pourroient ſervir en aucune maniere pour les coups tirés d'une autre piece ; ſur laquelle il faudroit qu'il fit de nouvelles épreuves. De ſorte que comme il eſt moralement impoſſible de faire un art ſur la diſpoſition de tant & de ſi differentes experiences, & dont il eſt même tres-difficile de ſe ſouvenir ; Il paroit que cet inſtrument ne ſert à proprement parler qu'à faire parade d'une fauſſe capacité.

L'utilité que les plus habiles d'entr'eux ont accoutumé d'en tirer, eſt de remarquer au juſte l'élevation des premiers coups, qu'ils tirent, comme j'ay dit, ſur l'eſtime de la diſtance & ſur la connoiſſance qu'ils ont à peu prés par la pratique de la portée de leur piece ou de leur mortier. Auquel cas l'Equerre ordinairement diviſée par degrez eſt bien plus univerſelle & peut ſervir à beaucoup d'autres uſages. Elle eſt, comme celle de Tartaglia compoſée de deux bras inégaux à angles droits, dont le plus grand ſert à mettre dans la piece, ou das le Mortier. Le quart de Cercle eſt diviſé en 90. degrez à commencer du bras le plus court, & le plomb eſt attaché par un filet au centre. Quelques uns font paſſer l'arc de cercle au dela du plus petit bras, afin de

s'en ſervir pour les coups pointés au deſſous du rés de chauſſée.

Chapitre 1.2.1

Sentiment de Diego Ufano sur les coups de volée.

N Capitaine Eſpagnol appellé Diego Vſano qui avoit long temps ſervi dans l'Artillerie aux guerres de Flandre, & particulierement au ſiege d'Oſtende fit, en l'année 1611. imprimer un livre rempli de beaucoup de doctrine ſur ce ſujet, dans lequel entr'autres obſervations curieuſes, il enſeigne une maniere particuliere de calculer les portées des coups de volée : Laquelle eſt à la verité ſubtile & ingenieuſe ; mais elle n'eſt point veritable, parce que cet officier n'a pas conû la nature de la ligne courbe que le boulet décrit en paſſant dans l'air.

Il y diſtingue trois mouvemens, dont le premier qu'il appelle violent eſt en ligne droit, le ſecond qu'il appelle mixte eſt en ligne courbe, & le troiſiéme qu'il appelle mouvement pur ou naturel eſt auſſi en ligne droite. C'eſt à dire qu'il conçoit que la force de la poudre communique au boulet un mouvement qui le porte en ligne droite ſuivant la direction de la piece tant que cette force eſt aſſez grande ; mais lors que ſe rallentiſſant elle vient à être égallée par le peſan-

teur du boulet, la direction de la ligne ſe change, & elle devient courbe par le mélange de deux impreſſions : Et cette courbe devient droite & perpendiculaire lors que la peſanteur, ayant entierement ſurmonté & même effacé la force imprimée par le feu, elle ſe trouve en liberté de porter le boulet en ligne droite vers le centre de la terre.

Ce ſentiment lui eſt commun avec la plûpart des Ingenieurs & Canoniers Italiens & Allemans, qui n'ont pas compris que la gravité d'un corps n'eſt jamais oiſive ; & que quelque violente que puiſſe être l'impreſſion du feu du Canon qui porte le boulet ſuivant la direction de la piece, elle n'empêche pourtant point que le boulet au ſortir de ſa bouche ne ſe porte toûjours vers le centre de

la terre avec les mêmes degrés de viteſſe, dans les mêmes proportions des temps, & par les mêmes intervalles, que s'il tomboit ſans être lui-même ou de ſon propre poids ſans être autrement tranſporté. Et ce mouvement de cheute êtant different de celui de l'impreſſion, il altere neceſſairement la ligne de la direction du boulet, laquelle par ce moien ne peut jamais être droite comme ils le prétendent. Mais cette matiére ſera ci-après expliquée plus particuliérement.

Chapitre 1.2.2

Découvertes du même Ufano.

DIEGO UFANO eſt néanmoins un des premiers qui aient ſçû que les portées des coups tirés ſous l'élévation des points de l'Equerre également éloignez du ſixiéme, êtoient égales. C'eſt-à-dire qu'une piéce de Canon ou un mortier pointé au ſeptiéme point chaſſoit juſtement autant que lors-qu'il êtoit pointé au cinquiéme, & au huitiéme autant qu'au quatriéme. Et ainſi des autres.

Voici une de ſes figures où les chiffres des portées ſont tirés de ſes Tables dont nous parlerons ci-après. Il y a des fautes conſidérables dans ceux de la figure de ſon livre que j'ai corrigées dans celle-ci, où j'ai mis les portées à peu près dans la diſtance qu'elles doivent être à proportion des nombres qui leur répondent ; ce qui n'eſt pas dans celle de l'Auteur où les portées ſont éloignées également l'une de l'autre. Sa plus grande portée au ſixiéme point n'eſt marquée que de 1170 pas, au

cinquiéme de 1132, & au quatriéme de 1065 ; au lieu deſquels nombres j'ai mis 1190 pas pour le ſixiéme point, 1162 pour le cinquiéme, & 1085 pour le quatriéme. Je dirai les raiſons ce changement lors-que j'aurai expliqué la métode générale qu'il enſeigne pour calculer les portées.

Outre les nombres qu'il donne pour les coups élevés aux points de l'Equerre de Tartaglia, il donne une ſuite entiére pour les élévations à chaque dégré, dans laquelle ſuppoſant, comme il a fait dans ſa figure, que la portée du coup de point en blanc, qu'il appelle le point de l'ame, ſoit de 200 pas à 212 piés pour pas ; il dit qu'à l'élévation d'un dégré elle ſera de 244 pas ; à celle de 2 dégrés de 287. &c. ce que j'ai réduit en cette table ; dans laquelle il paroît, comme j'ai dit, qu'il a pris les nombres qui ſont dans ſa figure. Car le prémier eſt en l'un & en l'autre pour le coup de point en blanc ; le ſecond au prémier point de l'Equerre, qui eſt élevé à 712 dégrés répond ſeulement au 7 dég. de la table ; le troiſiéme au ſecond point répond, comme il faut, au 15 dégré ; le quatriéme ſur le troiſiéme point qui eſt élevé à 2212 dég., répond au 22 ; le cinquiéme ſur le quatriéme point, répond auſſi, comme il faut, à 30 dég. ; le ſixiéme ſur le cinquiéme point élevé à 3712 dégré, répond à 37 ; & le dernier ſur le ſixiéme point élevé à 45 dég. répond à 44 deg.

Cette table a des défauts. Le premier eſt que donnant une aſſés grande étenduë à la portée de point en blanc, il en donne autant à celle du douziéme point de l'Equerre, c'eſt à dire lors-que la piéce eſt pointée perpendiculairement ; ce qui eſt impoſſible. Car quoi que l'étenduë de point en blanc puiſſe être aucunement conſidérable, tant parce que la piéce eſt ordinairement quelques piés au deſſus du rez de chauſſé, qu'à cauſe que la poudre éleve le boulet

au dedans de l'ame du Canon, & fait que ſortant de la bouche il eſt naturellement porté en haut, comme nous l'expliquerons mieux ci-après ; l'on ne peut pas dire néanmoins que le boulet d'une piéce pointée à plomb puiſſe monter autrement qu'à plomb & deſcendre par un autre chemin que celui par lequel il eſt monté.

L'autre défaut eſt que les nombres ne ſe ſuivent pas par tout avec proportion, & particuliérement depuis le nombre qui répond au 29 dég. car dans tous les chiffres de la table il paroit que leurs differences diminuent également & qu'ils ſont moins éloignés l'un de l'autre à meſure qu'ils répondent à plus grand nombre de dégrez ; cependant la différence des deux nombres 1037 & 1044 qui répondent à 27 & 28 dég n'eſt que 7 ; celle des nombres 1044 & 1050 répondans à 28 & 29 dég. n'eſt que 6 ; qui ſont l'une & l'autre beaucoup moindres que la différence des deux nombres ſuivans 1050 & 1065 répondans à 29 & 30 dég. qui eſt 15.

Un autre défaut eſt qu'il ne donne rien pour l'étenduë de la plus grande élévation de 45 dég. ; il dit ſeulement qu'elle doit être d'un pas plus grande que celle de 44 dég. ; & comme la différence des portées à l'élévation de 43 & 44 dégrés n'eſt auſſi que d'un pas, il s'enſuit que ces différences ſont égales, c'eſt à dire hors de la proportion de toutes les autres.

Tout ceci me fait préſumer que ni les nombres de cette table ni la régle qui les a produits, ne ſont point de l'invention de cet Auteur ; & qu'il peut être que lui ayant été communiquez d'ailleurs, il les a tranſcrits ſans les bien entendre & avec aſſez de déſordre ; ce qui ſe conoîtra encore mieux dans la ſuite.

Chapitre 1.2.3

Pratique d'Ufano examinée.

VOici cependant cette régle ou pratique, que j'appelle fort ingénieuſe, & qu'il nous donne pour calculer l'étenduë de tous les coups de volée en toutes ſortes d'élévation. Il fait prémiérement l'épreuve de ſa piéce à l'élévation d'un dégré, qu'il appelle à raz de métail, dont il meſure l'étenduë. Il en diviſe le nombre des meſures par 50 & multiplie le quotient par 11 ; le produit eſt ce qu'il nomme la totale progreſſion, laquelle il faut ajoûter au prémier nombre pour avoir l'étenduë du coup à l'élévation de 2 dég., & ainſi de ſuite, en le diminuant néanmoins à chaque fois d'un autre nombre qui lui vient en diviſant cette totale progreſſion par 44.

Ainſi ſuppoſant, comme il dit, que ſa piéce élevée à raz de métail ou à un dégré, ait porté à 1000 pas ; il diviſe 1000 par 50, & le quotient qui eſt 20 multiplié par 11, donne 220 pour le nombre qu'il appelle la totale progreſſion, qu'il faut toûjours ajoûter de degré en dégré, le diminuant toutefois à chacun du nombre de 5 qui vient de la diviſion de 220 par 44.

Ceci poſé : l'élévation d'un dégré donnant 1000 pas ; celle de deux dégrez donnera 1220 ; celle de 3 dég. 1435, qui vient en ajoûtant 220 moins 5 ou 215 au précédent 1220 ; celle de 4 dég. 1645 fait en ajoûtant 215 moins 5 ou 210 au précédent 1435 ; celle de 5 dégrez 1850 provenant de l'addition de 210 moins 5 ou 205 au précédent 1645 ; & ainſi des autres. Dont j'ai fait la table ſuivante, dans laquelle j'ai mis non ſeulement les dégrés depuisi un juſqu'à 45 en montant. Mais même ceux qui leur répondent de-

puis 90 juſqu'à 45 en deſcendant. J'ai auſſi mis à côté les différences qui diminuent de cinq à chaque dégré.

Ta table précédente a êté tirée de la même régle, ce que Ufano n'a peut-être pas compris ; il faut ſeulement poſer que la portée de 200 pas, qu'il dit être celle de but en blanc, & qu'il appelle le point de l'ame, eſt celle de l'élévation d'un dégré ou à raz de métail ; car par ce moïen diviſant 200 par 50 & multipliant le quotient 4 par 11, vous aurez 44 pour le nombre de la totale progreſſion, lequel êtant diviſé par 44 donne 1 pour le nombre qu'il faut ôter de la progreſſion à chaque dégré.

Ainſi poſant 200 pour 1 dégré, nous aurons 244 pour 2 dég. & pour 3 dég. 287 qui vient de l'addition de la progreſſion 44 moins 1 ou 43, au nombre précédent 244 ; pour 4 dégrez 329 en ajoûtant 43 moins 1 ou 42, au précédent 287 ; & pour 5 dégrez 370 en ajoûtant 42 moins 1 c'eſt à dire 41, au nombre précédent 329 ; & ainſii des autres.

Par ce moyen l'on conoît la plus grande êtenduë à l'élévation de 45 dég. proportionnée à toutes les autres. De plus l'on découvre l'erreur qui s'eſt faite dans la ſuite des nombres de la table de l'Auteur, qui répondent au 29 dég. car au lieu de 1044 qui n'eſt éloigné que de 7 du précédent 1037, il faut mettre 1054 afin que la différence ſoit

17 ; & au lieu de 1050 qui vient après, il faut mettre 1070 ; & 1085 au lieu de 1065 & ainſi des autres, comme on le voit dans la ſeconde Table que j'ai corrigée & faite pour ce ſujet où les nombres & les différences ſont marquées.

J'ai dit que cette régle êtoit ſubtil & ingénieuſe, mais qu'elle n'êtoit point véritable ; parce que l'on a reconu par l'expérience &

par la raiſon, que les coups de volée d'un Canon ou d'un mortier ſelon les différentes élévations

ſuivent une proportion beaucoup éloignée de celle ci. Car poſé que le coup au premier dégré ſoit de 1000 meſures ; il ſera de 2000 à deux dégrez qui eſt bien loin de 1220 ; de 2991 au troiſiéme dég. au lieu de 1435 ; de 28653 au quarante cinquiéme dég. qui eſt plus de cinq fois 5950 & ainſi des autres.

Ainſi poſant que le coup au prémier dégré ſoit de 200 pas ; au ſecond il ſera de 400 & non pas de 244 ; au troiſiéme de 595 au lieu de 287 ; au quarante cinquiéme de 5730 au lieu de 1190 ; & ainſi du reſte, dont j'ai mis ici les deux tables par avance, afin que les comparant aux précédentes, l'on en puiſſe mieux reconoître les défauts ; qui paroîtront encore plus clairement, lors-que l'on aura bien compris ce que je dirai ci-aprés de la nature du mouvement.

Chapitre 1.2.4

Pratique de Loüis Collado examinée.

LA pratique manuelle de l'Artillerie de Loüis Collado Ingenieur du Roi d'Eſpagne dans le Milanois, avoit êté imprimée quelque tems avant le livre de Diego Ufano dont nous venons de parler. Cet auteur fait un Chapitre dans ſon troiſiéme livre, de la maniére de tirer des balles avec le mortier ; dans lequel il explique principalement la néceſſité qu'il y a d'en fortifier les affuts, à cauſe que les mortiers ne reculant point comme les piéces de Canon, c'eſt

aux affuts à porter tout l'effort du coup. Puis ayant fait voir comme il faut les charger, il dit que leur uſage n'eſt point pour battre des murailles ni pour tirer de point en blanc, maiis bien pour êlever de telle maniére la balle en haut par un mouvement violent & forcé, que venant à tomber de ſon mouvement naturel, elle puiſſe nuire aux ennemis dans l'endroit que l'on déſire ; ce qui ne ſe fait, dit-il, que par le moyen des points de l'Equerre & donnant à la piéce ou au mortier l'élévation que demande la choſe à laquelle on tire, qui eſt une pratique que l'on laiſſe au jugement d'un bon Canonier.

Il croyoit ce que la plûpart des Canoniers ont crû devant & après lui, que le boulet au ſortir de la bouche du Canon marchoit en ligne droite tant que la force de l'impreſſion de la poudre êtoit plus grande que celle de ſa péſanteur, & qu'il décrivoit une ligne courbe auſſi-tôt que le poids pouvoit contre-balancer la force mouvante ; laquelle courbe dégénéroit enfin en ligne droite & perpendiculaire, quand le poids ſe trouvoit le plus fort. Il a ſçû que la plus grande portée d'une piéce êtoit au ſixiéme point de l'Equerre ; mais il a crû que celles des points au deſſus êtoient moindres que celles des points qui ileur répondent au deſſous.

Il rapporte même une expérience, qu'il a faite avec un fauconneau de trois livres de balle élevé ſuivant les divers points de l'Equerre, ſur laquelle il conſeille les Canoniers de ſe régler pour les portées de toutes leurs piéces. Il dit donc uqe ſon fauconneau pointé à niveau de l'ame a chaſſé 368 pas ; au premier point de l'Equerre 326 pas au delà, qui font, dit-ili, en tout 594 ; au ſecond point 200 pas deplus, qui font en tout 794 ; au troiſiéme point 160 pas deplus, & en tout 954 ; au quatriéme point 56 pas au delà, & en tout 1010 ; au cinquiéme point 30 pas deplus, & en

tout 1040 ; & au ſixiéme point ſeulement 13 pas au delà, qui font en tout 1053 pas pour la plus grande portée.

Il ne rapporte point les nombres des pas des portées de ſon fauconneau êlevé au deſſus du ſixiéme point ; il dit ſeulement qu'au ſeptiéme point ſa balle chût pluſieurs pas en deça de la poréte du ſixiéme ; au huitiéme point elle tomba entre la portée du troiſiéme & du ſecond point ; au neuviéme point entre celle du ſecond & du premier. Et qu'au dixiéme point la balle chût tout près de la piéce.

Je ne m'arrêterai pas à raiſonner ſur le rapport de cet Auteur & ſur le peu de ſûreté qu'il y a à ces expériences. Je dirai ſeulement en paſſant qu'il y a faute dans les chiffres de ſes nombres, & qu'il faut qu'au premier point de l'Equerre ſa piéce n'ait pas chaſſé, comme il dit, 326 pas plus loin qu'elle n'avoit à niveau de l'ame ; mais ſeulement 226 pas, parce que 268 & 326 ne ſont pas, comme il dit, 594 mais bien 694.

Chapitre 1.2.5

Sentiment de Rivaut de Flurance.

IL parut au commencement de ce ſiécle un livre des êlemens de l'Artillerie compoſé par un nommé Rivaut de Flurance, qui prétend démontrer la plûpart des effets du Canon ſur les principes de la Philoſophie d'Ariſtote ; il y enſeigne une doctrine particuliére pour la différence des portées d'une piéce ſuivant ſes différentes inclinations ; laquelle eſt tellement éloignée de la vérité &

de la raiſon, que je ne voudrois pas m'arrêter à y contredire ; ſi je ne craignois qui l'autorité de celui qui l'a produite, ne pût faire impreſſion ſur l'eſprit de ceux qui ne ſont pas capables d'en bien juger.

Car cet Auteur eſt le même David Rivaut de Flurance qui nous a depuis donné une traduction Latine des ouvrages Grecs d'Archimede avec quelques commentaires, où il prend le nom de Précepteur du Roi Louïs treiz, à qui, comme je crois, il avoit enſeigné les Mathematiques.

C'êtoit un homme d'une tres-grande Erudition, qui avoit lû une infinité de bons livres, qui avoit une connaiſſance parfaite de la langue Greque & des autres langues Orientales : Il avoit êtudié plus que mediocrement aux Mathematiques ; & c'eſt un malheur pour lui d'avoir entrepris de travailler ſur les ouvrages d'Archimede & de n'avoir pas connû que ſes forces n'êtoient pas ſuffiſantes pour un ſi grand fardeau.

Chapitre 1.2.6

Origine des Arquebuses à vent.

JE crois devoir dire ici en paſſant qu'il donne dans ſon livre des êlemens de l'Artillerie, la figure & la conſtruction d'un Arquebuſe à vent qui avoit êté inventée par un nommé Marin Bourgeois de Lizieux & preſentée au Roi Henri le Grand ; afin de déſabuſer ceux qui ont crû que l'on en devoit le ſecrat à des ouvriers d'Hollande qui en ont débité depuis lui.

Chapitre 1.2.7

Pratique de Rivaut examinée.

VOici ce qu'il juge ſur la différence des portées du Canon. Il en diſtingue de trois ſortes qu'il appelle la portée du point en blanc, la portée moyenne & la portée morte. La portée du point en blanc eſt, dit-il, la ligne droite que la balle décrit juſqu'à ce que ſa péſanteur commence à vaincre la force mouvante & décliner en l'arc de ſa chûte. La portée moyenne eſt la ligne de la portée de point en blanc conduite droit juſqu'à ce qu'elle l'horizon au point où la balle eſt tombée. La portée morte eſt la diſtance entre le Canon & le lieu où la balle eſt tombée à terre. Ce qu'il explique par cette figure.

Le Canon A B eſt pointé ſuivant les angles I A C ou I A G : le boulet ſortant de ſa bouche marche, dit-il, en ligne droite juſqu'en K ou en L, où la péſanteur commençant à vaincre la force mouvante, il commence à marcher par la ligne courbe K O, ou L N & tomber enſuite aux points D & E ; d'où élevant des perpendiculaires D C & E G qui rencontrent en C & en G les droites A K & A L prolongées ; il dit que la ligne droite A K ou A L eſt la portée de point en blanc ; A C ou A G la portée moyenne ; & A D ou A E la portée morte.

En-ſuite après avoir dit que les portées de point en blanc ne ſe peuvent conoître que par l'expérience & en reculant ou avançant la piéce juſqu'à ce qu'êtant pointée au niveau de l'ame, elle chaſſe préciſément à un but déterminé ; il ſuppoſe par maniére de Petition que la portée moyenne ſoit la même dans toutes les élévations, d'où il conclud que les portées mortes ſont entr'elles

comme les ſinus du complement des angles dans leſquels la piéce eſt êlevée. C'eſt à dire que la portée A E de la piéce élevée en I A G, eſt à la portée A D de la même piéce êlevée en I A C, comme le ſinus du complement de l'angle I A G, eſt au ſinus du complement de l'angle I A C.

Car ſuppoſé que les droites A C & A G, qui ſont les portées moyennes, ſoient égales, ainſi qu'il le demande, le Cercle I G C H décrit du centre A, paſſera par G & par C ; & les perpendiculaires G E && C D ſeront les ſinus des angles I A G & I A C ; & les droites G M & C F ſeront les ſinus de leurs complemens ; mais les droites G M & C F ſont êgales aux portées mortes A E & A D ; donc les portées mortes ſont entr'elles comme les ſinus de complement des angles de leurs inclinations. Ce qui eſt vrai ſur cette hypotheſe que les portées moyennes A G & A C ſoient êgales ; mais comme c'eſt une ſuppoſtion fauſſe, il ne faut pas s'êtonner de la fauſſeté de la concluſion.

Et ſans m'arrêter à une plus longue diſcuſſion, il ſuffit de prendre garde que par ce raiſonnement toutes les portées depuis celle du niveau de l'ame juſqu'à celle du ſixiéme point, vont toûjours en diminuant ; car la portée A I du niveau de l'ame eſt plus grande que la portée A E qui eſt de la piéce êlevée par exemple au troiſiéme point ; & la portée A E plus grande que A D à l'élévation du ſixiéme point ; & ainſi des autres. Ce qui eſt abſolument faux : & l'expérience nous fait voir que les portées vont toûjours en augmentant juſqu'au ſixiéme point ; c'eſt à dire juſqu'à l'élévation de 45 dégrez ; aprés lequel elles diminuent juſqu'à celle de 90 dégrez qui eſt du douziéme point de l'Equerre, mais avec une proportion extrémement êloignée de celle des ſinus de complement des angles de leurs inclinations.

Chapitre 1.2.8

Le grand Art de l'Artillerie de Siemienowski.

CAzimir Siemienowski Gentil-homme Polonois & autrefois Lieutenant Général de l'Artillerie de Pologne, a recherché avec un ſoin incroyable ce qui pouvoit appartenir à ce ſujet, dont il a fait un excellent livre en langue latine appellé le grand Art de l'Artillerie. La premiére partie en a été imprimée en Hollande en l'année 1650, & nous n'aurions peut-étre rien à déſirer ſur cette matiére ſi la ſeconde partie avoit été donnée au public. Car il dit dans ſon avant propos que cette partie eſt plein d'une infinité de belles conoiſſances, dont celles-ci, qui font à nôtre ſujet, ne ſont pas les moins conſidérables ; promettant d'enſeigner à fond l'Art de pointer le Canon & lui donner les élévations ou dépreſſionsn néceſſaires pour les faire chaſſer à une diſtance donnée, & de ſavoir à quelle diſtance il portera ſuivant ſes différentes élévations

Il promet dans le ſecond Livre une doctrine complete des mortiers, de leur origine, de leurs diverſes figures, de leur uſage, & des tables pour la proportion des portées en toutes ſortes d'élévations. Mais toutes ces belles aſſurances ſont vaines ſi cette ſeconde partie ne tombe un jour entre les mains de quelque perſœnne qui veüille bien que le public en profite.

Chapitre 1.2.9

Pratique de Daniel Elrich examinée.

JE penſois avoir recouvré ce tréſor dans un Livre qui me fut dernierement envoyé du Grand Art de l'Artillerie traduit en Allemend avec un ſupplément de la ſeconde partie, que je croïois être celle que l'Auteur nous avoit promiſe : mais je me ſuis trouvé bien loin de mes eſperances, lors-qu'en le liſant j'ai connu que ce ſupplément n'êtoit pas de Siemienowski, mais d'un autre appellé Daniel Elrich, Maître Canonier ou Capitaine d'Artillerie de la Ville de Francfort ſur le Mein, où ce Livre a été imprimé en l'année 1676.

Ce n'eſt pas qu'il y ait beaucoup de bonnes choſes dans cet Ouvrage ; mais au ſujet des Bombes, il n'y a rien qui puiſſe nous ſatisfaire. Quoi que, dans le ſixiéme chapitre de ſon ſixiéme Livre, il diſe que pour ſe ſervir utilement du mortier, il y faut employer l'Equerre, qui dans ſa figure eſt un Quart de Cercle diviſé en 90 degrés qu'il appelle points de 10 en 10. Pour cet effet il veut que l'on faſſe une croix de deux triangles de bois polies, à angles droits l'une ſur l'autre, & égales au diametre du mortier, pour pouvoir être placée horizontalement à fleur de ſa bouche ; puis ayant fait un trou dans cette croix, il y fait entrer une pointe qui eſt à l'un des côtez du quart de cercle continué au deſſous de ſa circonference, afin que ce côté de l'Inſtrument ſoit par ce moïen perpendiculaire à la bouche du mortier, & partant parallele à la ligne de l'ame.

Après quoi il dit que le mortier êtant ſitué à plomb, la balle tombera à deux ou trois pas de l'affût : quoi qu'il y en ait, dit-il, qui veulent qu'elle tombe préciſément dans le mortier. Puis l'inclinant à l'angle de 10 dég. qu'il appelle le premier point, la balle s'en éloignera à la diſtance de 200 pas ; parce, dit-il, qu'il faut

donner 20 pas pour chaque dégré. À l'onziéme dégré 220 pas. Au douziéme 245. Au treiziéme 265. Au quatorziéme 290. Au quinziéme 305. Au ſeiziéme 330. Au dixſeptiéme 345. Au dixhuitiéme 370. Au dixneuviéme 400. Au vintiéme 430. Car il faut, dit-il, ſavoir que le jet devient plus bas à meſure que le mortier eſt panché, & chaſſe par conſéquent la balle par un plus grand Arc. Au troiſiéme point qui eſt à 30 dég., la balle tombe à 775 pas. Au quatriéme c'eſt-à-dire à 40. dég. elle tombe à 935. Et ſi le Mortier eſt incliné à l'angle de 42 dégrez, il fait alors le plus grand des jets de la balle qui eſt de 1050 pas. Quand il eſt panché au delà de 42 dég. juſqu'au ſixiéme point qui eſt de 60 dég. la portée en eſt racourcie & la balle tombera comme elle a fait au quatriéme point ou à 40 dég. à la diſtance de 935 pas. Au ſeptiéme point comme au troiſiéme. Au huitiéme comme au premier. Et ſi on l'incline juſqu'à 90 dég. ; ce ſera, dit-il, un tir de noyaux, & la balle ne s'arrêtera pas ſeulement dans le mortier en cette ſituation : comme le tir à plomb s'éleve continuellement en l'air juſqu'à ce qu'il ſoit repouſſé en arriere par ſa péſanteur qui le fait retomber auprès du mortier.

Voilà toute la doctrine de cét Auteur que j'ai voulu comprendre dans cette Table où les portées ſont marquées comme il l'ordonne à côté des dégrez de l'Equerre. Surquoi il y a diverſes choſes à conſidérer. La premiére eſt que le jet au douziéme dégré ſurpaſſant celui de l'onziême de 25 pas ; celui du treiziéme ne ſurpaſſe ſon précédent au douziéme que de 20 pas. Et celui du quatorziême ſurpaſſant le treiziéme de 25 pas ; celui du quinziéme n'excéde ſon précédent au quatorziéme que de 15 pas. Ainſi le ſeiziéme ſurpaſſant le quinziéme de 25 pas ; le dixſeptiéme ne ſurpaſſe le ſeiziême que de 15 pas. Qui ſont des irrégularitez que la nature du jet des Bombes ne ſouffre pas ; qui veut que les diſ-

tances augmentent toûjours dans une certaine proportion depuis 1 dégré juſqu'à 45 ; d'où elles diminuent dans le même ordre juſqu'à 90. En ſecond lieu il établit la plus grande portée à l'angle de 42 dég., quoi qu'en effet elle ne ſoit dans ſa plus grande étenduë qu'à 45. Il paroit enfin qu'il s'eſt fort trompé quand il dit qu'au ſixiéme point, que l'on ne peut pas prendre autrement qu'à l'angle de 60 dég., la balle tombe à la même

diſtance où elle êtoit tombée au qua

triéme ; & au ſeptiéme comme au troiſiéme. Ce qui eſt manifeſtement contraire à la raiſon & aux expériences, qui marquent que la portée au quatriéme point eſt la même que celle du cinquiéme ; celle du troiſiéme égale à celle du ſixiéme, celle du ſecond à celle du ſeptiéme ; celle du premier à celle du huitiéme, comme il dit ; & enfin celle du neuviéme ou de 90 dég., à celle de 0 c'eſt-à-dire à la perpendiculaire.

Et pour faire mieux conoître de combien cette doctrine s'éloigne de la vérité, j'ai ajoûté dans cette Table les véritables portées en pas & en piés à cinq piés pour pas, que je prens pour pas Géometriques ; ſuppoſant, comme il a fait, que la portée au premier point, c'eſt-à-dire à 10. dégrés fut de 200 pas. Où il faut remarquer que je n'ai pas êté ſcrupuleux dans les fractions, que j'ai priſes pour rien quand elles ſe ſont trouvées moindres qu'un tiers de pié ; pour un pié quand elles ont êté au deſſus des deux tiers ; & pour un demi pié quand elles ſe ſont rencontrées entre ces deux termes.

Chapitre 1.2.10

Sentiment de Galée.

LE Pere Merſene Minime rapporte dans un traité qu'il a fait ſur cette matiére, qu'il appelle de la Baliſtique, qu'un nommé Galée autrefois Ingenieur de l'Archiduc Albert & du Marquis de Spinola, lui avoit donnée un écrit de ſa main qui contenoit diverſes obſervations ſur les portées du Canon.

Cét homme croyoit, comme pluſieurs autres, que le boulet au ſortir de la piéce faiſoit beaucoup de chemin en ligne droite, ce qu'il appelloit la portée de point en blanc ; après quoi ſa route ſe changeoit en courbe juſqu'à ce qu'il fut à terre. Il appelloit l'étenduë entiére, depuis la bouche du Canon juſqu'au point de ſa chûte ſur le plan de l'horiſon, la portée morte : & par les expériences qu'il avoit faites il prétendoit que la portée de point en blanc êtoit à peu près la moitié de la portée morte.

Il diſoit qu'aux gros Canons la portée de point en blanc de niveau, êtoit à celle de la plus grande volée, qui ſe faiſoit au ſixiéme point de l'Equerre, c'eſt-à-dire ſous l'angle de 45 dégrez, à peu près comme 1 à 11 ; qu'aux demi Canons elle êtoit comme 1 à 1012 ; & qu'aux petites piéces elle n'êtoit que comme 1 à 10. D'où il conclut que la portée morte de niveau eſt à celle de la plus grande volée dans le gros Canon à peu près comme 1 à 6, ou comme 1 à 5 aux petites piéces ; & que la portée de niveau êtoit à celle qui ſeroit faite ſur l'élévation d'un dégré comme 5 à 6, ou au plus prés comme 53 à 67, ou bien comme 14 à 17.

Il aſſûroit qu'aux coups de la plus grande volée ſous l'élévation de 45 dégrez, la portée de point en blanc, c'eſt à dire l'êtenduë dans laquelle le boulet marche en ligne droite, eſt à la portée de point en blanc horizontale comme 5 à 1, ou au moins comme 9 à 2. Et que continuant en-ſuite à monter, ſa plus grande hauteur perpendiculaire n'eſt pas, ainſi que Tartaglia la crû, quadruple, mais bien près de quintuple de la portée de point en blanc horizontale. Deplus que cette plus grande hauteur perpendiculaire n'eſt pas éloignée de la bouche du Canon d'une diſtance ſeulement ſextuple, mais preſque ſeptuple de la même portée.

Cet Ingenieur s'eſt bien douté que la ligne que le boulet décrit dans la plus grande volée êtoit ou Hyperbolique ou Parabolique, non pas qu'il eût jamais fait aucun raiſonnement approchant de cauſes & de la nature de cette ligne, mais ſeulement à l'œil & par la force de ſes obſervations.

Au reſte il donne à l'étenduë du plus grand coup de volée d'un Canon 16200 piés ; & comme il ſuppoſe ainſi que nous avons dit, que la portée morte horizontale eſt à cette plus grande portée comme 1 à 6 ; il s'enſuit par ſon calcul que cette portée morte qui ſe faiit de niveau & ſans aucune elévation eſt de 2700 piés.

Chapitre 1.2.11

Pratique de Galée examinée.

SUr ce fondement il faut une table pour les portées d'une piéce en toutes ſortes d'élévations, qui eſt encore plus ingenieuſe que

celle d'Ufano que nous avons expliquée ci-devant, quoi qu'elle ne ſoit guére plus véritable : car pour le dire en un mot, toutes ces raiſons de bien-ſeance ne quadrent point au génie de la nature.

Pour cet effet il ôte l'étenduë de la portée morte horizontale, qui eſt comme il dit que 2700 piés, de celle de la plus grande volée ſous l'élévation de 45 dégréz, qui eſt de 16200 piés, pour avoir leur différence 13500 ; laquelle il diviſe par la ſomme de tous les nombres qui ſe ſuivent depuis 1 juſqu'à 45 c'eſt-à-dire, par 1035 afin d'avoir 13123 au quotient, dont il ſe ſert pour faire des ſouſtractions continuelles du nombre 16200, de dégré en dégré depuis 45 juſqu'à 0 en deſcendant ou en montant juſqu'à 90.

Ainſi donnant 16200 piés pour la portée à 45 dég., il donne à celle de 44 & de 46 dégrez 16200 piés moins 13123 c'eſt à dire 161862223 ; & à la portée ſous les angles de 45 & de 47 dégrez 161862223 moins de deux fois 13123 ou moins 26223. C'eſt-à-dire 161602023 ; & à celle des angles de 42 & 48 dég., 161602023 moins trois fois 13123 ou moins 39323 c'eſt-à-dire 161211723. Et ainſi du reſte ; en ôtant du nombre des piés appartenans au précédent dég. le même nombre 13123 multiplié autant de fois qu'il y a d'unitez entre 45 & le dégré dont on veut avoir le nombre de piés.

Ainſi pour avoir le répondant à 15 & à 75 dégrez, qui eſt 101341823 piés, il faut ôter du nombre 10426223 répondant aux dégrez précédens 16 & 74, le nombre 391723 produit de la multiplication de 13123 par 30, (qui eſt celui des unitez, compriſes entre 15 & 45.) Et pour avoir le nombre des piés répondans à 26 & 64 dégrez, il ne faut que ſouſtraire 2471923 produit de la multiplication de 13123 par 19, (qui eſt le nombre des unitez contenuës

entre 26 & 45, du nombre des piés 138691323 répondant aux dégrés précédens 27 & 63, afin d'avoir 136211723. Et ainſi du reſte.

Voici ſa table, dans laquelle il y a quatre colonnes, dont les deux premiéres contiennent les dégrez de l'Equerre depuis 45 en deſcendant juſqu'à 0 ; & juſqu'à 90 en montant ; la ſeconde contient une ſuite de nombres en progreſſion Arithmetique dont le moindre & la différence ſont 13123. Les nombres de main gauche tant dans cette colonne que dans la ſuivante, ſont nombres entiers, & les derniers ſont numerateurs de fractions dont le dénominateur eſt toûjours 23 ; d'où vient que 13. 1. qui répond à 45 dégrez veut dire 13123 ; 26 2. répondant à 44 & à 46 dégrez veut dire 26223 ; 104. 8. répondant à 38 & à 52 dégrez, fait 104823 ; ainſi 16186. 22 répondant das la quatriéme colonne à 44 & à 46 dégrez, fait 161862223 ; 14104. 8. qui répond à 28 & 62 dégrez vaut 14104823. Et ainſi des autres.

Ces nombres de la troiſiéme colonne ſont les différences de ceux qui leur répondent dans la quatriéme ; ils font, comme nous avons dit, une ſuite continuelle de progreſſion Arithmetique, dont le premier nombre & la différence eſt toûjours 13123 ; & ils naiſſent de la multiplication de ce nombre par celui des unitez contenuës entre 45 dégrez & les dégrez qui leur répondent ; ainſi le premier ſous 45 deg. êtant 13123 ; le ſecond ſous 44 & 46 dégrez eſt 13123 multiplié par 2 c'eſt à dire 26223 le troiſiéme ſous 43 & 47 dégrez eſt 13123 multiplié par 3 ou 39323 ; le dixiéme ſous 36 & 54 dég. eſt 13123 multiplié par 10 ou 1301023 le vint deuxiéme ſous 24 & 66 dégrez eſt 13123 par 22 ou 2862223. Et ainſi des autres.

La quatriéme colonne contient le nombre de piés compris dans l'étenduë de la portée d'une piéce élevée ſuivant les dégrés

qui leur répondent, poſant que le coup de la plus grande volée ſous 45 dég. ſoit de 16200 piés, & que la portée purement horizontale ſoit de 2700 piés. Ainſi la piéce élevée ſuivant l'angle de 15 ou de 75 dég. chaſſera à la longueur de 101341823 piés, & à la longueur de 138691323 ſi elle eſt élevée à l'angle de 27 ou 63 dégrez.

Ces nombres, comme nous avons dit, naiſſent de la ſouſtraction continuelle des différences qui leur répondent dans la troiſiéme colonne ; ainſi le ſecond 161862223 ſe fait en ôtant du premier 16200 la différence qui lui répond 13123 ; le troiſiéme 161602023 vient du ſecond 16186123 dont on a ôté la différence qui lui répond 26223 ; le dixiéme 15623123 ſe fait en ôtant du neuviéme 157301023 ſa différence 117923 ; le dernier 2700 en ôtant du précédent 32862223 ſa différence 5862223, & ainſi du reſte.

Le même Pere Merſene dit dans la ſuite que pluſieurs perſonnes ſçavantes croïoient que Galée avoit eu cette table d'un autre Ingenieur nommé Cognet. Mais ſoit qu'elle fut de lui ou d'un autre, pour faire voir de combien elle s'éloigne des véritable portées des piéces. J'ai calculé, ſur la même ſuppoſition de 16200 piés pour la plus grande volée de 45 dégrés, une autre table qui eſt ſous les proportions que les portées gardent entre elles ſuivant leurs différentes inclinations ; afin que comparant les nombres de ces deux tables,

l'on puiſſe connoître de combien celle de Galée s'égloigne du vrai. Où l'on peut voir que leur différence n'eſt pas fort grande aux élévations des dég. qui ſont autour de 45, & qu'elle s'augmente toûjours à meſure que les élévations s'approchent de l'horizontale en diminuant, ou de la perpendiculaire en augmentant.

Surquoi il eſt à remarquer que cet Ingenieur donne à la piéce pointée à plomb, ou ſous l'angle de 90 dég., la même portée de 2700 piés qu'il attribuë par ſon calcul à celle qui eſt pointée de niveau. Ce qui eſt abſurde.

Chapitre 1.2.12

Pratique des Bombardiers du Roi examinée.

LE Roi ayant établi depuis quelques années une compagnie de Bombardiers, & voulant les faire inſtruire dans l'art de jetter les Bombes, a voulu qu'ils fiſſent, aux environs de St. Germain en Laye pendant qu'il y tenoit ſa Cour, diverſes expériences pour ce ſujet ; ſur leſquelles ils ont fait à leur maniére diverſes obſervations & tiré des conſéquences ſuivant leur raiſonnement pour la conſtruction de certaines tables, qui marquent les différentes étenduës des portées ſelon la différence des élévations du mortier en tous les dégrez de l'Equerre depuis 1 juſqu'à 45.

Ils diſent donc que le mortier chaſſe plus ou moins ſelon qu'il eſt plus ou moins chargé de poudre. Et qu'un mortier par exemple de douze pouces de calibre chargé dans ſa chambre de deux livres de poudre menuë grénée, donne de dégré en dégré 48 pieds de différence de portées, & pour la plus grande étenduë ſous l'élévation de 45. dég. 2160 piés. Le même mortier donnera de dégré en dégré 60 piés de différence, s'il eſt chargé de deux livres & demi de la même poudre, & 2700 piés pour la plus grande volée. Enfin il donnera 72 piés de différence de dégré en dégré, ſi la charge eſt de trois livres de poudre menuë grénée, qui

eſt la charge la plus forte de la chambre d'un mortier de douze pouces de calibre ; & à l'élévation de 45 dégrez, qui eſt comme ils diſent la plus grande volée, il chaſſera la Bombe à la diſtance de 3240 piés.

Sur ce fondement ils ont fait les tables que voici. La premiére ſuppoſe que la chambre du mortier eſt chargée de deux livres de poudre & eſt depuis 5 dégrez juſqu'à 45 les nombres de piés des por-

TABLE DES BOMBARDIERS POUR UN MORTIER
DE 12 POUCES DE CALIBRE.

tées ſe trouvent en ajoûtant 48. piés au précédent de dégré en dégré ; ainſi ajoûtant 48 à 480 répondant à 10 dégré, vous avez 528 pour 11 dégrez, & 576 pour 12 en ajoûtant 48 à 528, & 624 pour 13 dégrez mettant 48 avec 576. & ainſi des autres.

La ſeconde à deux livres & demi de charge ne commence qu'à 36 dég. juſqu'à 45 ; parce que le mortier avec cette charge donne autant de chaſſe à la bombe à 36 dégrez, qu'à 45 lorsqu'il n'a que deux livres de poudre ; car l'étenduë de la portée eſt en l'un & en l'autre de 2160 piés. Les nombres de pies des portées ſe ſurpaſſent l'un l'autre de 60 piés à chaque dégré ; ainſi 2220 du trente ſeptiéme dégré vient de 2160 du trente-ſixiéme & de 60 ajoûtés enſemble, & 2280 du trente-huitiéme ajoûtant 2220 avec 60. Et ainſi du reſte.

La troiſiéme à trois livres de poudre, qui eſt la plus grande charge que l'on doive donner à la chambre d'un mortier de douze pouces de calibre, ne commence par la même raiſon qu'à 37 dégrez juſqu'à 45 ; parce qu'avec cette charge il chaſſe preſque auſſi loin ſous l'angle de 37 dégrez, que ſous celui de 45 avec deux

livres & demi de poudre. Les nombres de piés des portées s'y ſuivent à chaque dégré de 72 piés ; ainſi ajoûtant 72 à 2664 du trente-ſeptiéme dégré, vous aurez 2736 pour le trente-huitiéme ; & ajoûtant 72 à 2736, l'on à 2808 pour le trente-neuviéme & 2880 pour le quarantiéme en ajoûtant 72 à 2808. Et ainſi des autres.

Ils diſent qu'un mortier de huit pouces de calibre chargé d'une demi livre de poudre menuë grénée, donne pour chaque dégré d'élévation 42 piés de différence de portée, & pour ſa plus grande volée ſous 45 dégrez, donne 1890 piés. Le même chargé de trois quarterons de la même poudre donne 62 piés de différence de portées à chaque dégré d'élévation, & pour la plus grande, qui eſt à 45 dégrez, 2790 piés. Et enfin avec une livre de poudre qui eſt la plus forte charge que l'on doive donner à la chambre d'un mortier de huit pouces de calibre ; il donne 82 piés de différence de portée à chaque dégré d'élévation, & 3690 piés pour ſa plus grande étenduë ſous l'angle de 45 dégrez.

Voici les tables. La premiére à une demi livre de poudre commence à 5 dégrez juſqu'à 45 & les nombres des portées ſe ſuivent en augmentant de 42 piés à chaque dégré. La ſeconde à trois quarterons de la même poudre ne commence qu'à 31 dégrez, parce qu'en cette élévation avec cette charge, la portée eſt plus grande que celle à 45 dégrez avec une demi livre de poudre. Les nombres des portées ſe ſuivent en augmentant de 62 piés à chaque dégré. La troiſiéme à une livre de poudre commence à 35 dég. où la portée eſt plus grande que celle à 45 dégré avec trois quarterons de poudre : les nombres des portées s'y ſuivent en augmentant de 82 piés à chaque dégré.

Table des Bombardiers pour un mortier
de huit pouces de Calibre.

Je pourrois ajoûter ici divers autres de leurs calculs, mais comme ils ſont tous faits ſur un même raiſonnement ; j'ai crû que ceux-ci pouvoient ſuffire pour faire voir que comme ils ont crû que les portées augmentoient toûjours également à chaque dégré d'élévations du mortier, ils ont ajuſté leurs tables à leurs ſentimens, plûtôt que s'appliquer à faire des expériences exactes & fidéles, ſans ſe laiſſer prévenir d'opinions de bienſeance, qui ſont preſque toûjours fauſſes, comme eſt celle-ci, ainſi qu'il ſe verra dans la ſuite.

Voilà enfin tout ce que j'ai pû tirer de la lumiére de ces Auteurs & de quantité d'autres de toutes Nations, qui ſur cette matiére remettent tout à la pratique expérimentale du bon Canonier, ou ſuivent aveuglement les raiſonnemens de ceux qui les ont dévancez & dont nous venons de parler. Reſte donc maintenant à expliquer ce que l'on a reconû de véritable & de démonſtratif ſur ce ſujet. Ce que je vai faire dans cette ſeconde partie.

Livre 2.1

Pour les jets dont l'étenduë est au niveau des
batteries par le moyen des sinus.

Omme la Théorie de cette doctrine eſt d'elle-même aſſez difficile & ſuppoſe des connoiſſances dont les principes doivent être rapportés de loin ; j'ai crû que pour embaraſſer d'autant moins l'eſprit de ceux qui voudroient s'en ſervir avec quelque utilité, je

ferois bien de leur enſeigner premiérement les Pratiques, & de remettre dans la ſuite à leur donner l'explication de leurs raiſons & de leurs fondemens.

Ces pratiques ont êté pour la plûpart inventées, ſur la doctrine de Galilée premier & principal Mathematicien du grand Duc de Toſcane, par Torricelli ſon diſciple & ſon ſucceſſeur : qui nous a premiérement expliqué que pour connoître les différentes portées des coups de volée d'une piéce d'Artillerie ou d'un mortier en toutes ſortes d'élévations, il faloit avant toutes choſes en afire une épreuve bien exacte, en tirant la piéce ou le mortier êlevé ſous un angle bien connû, & meſurant l'étenduë de ſa portée avec toute la préciſion poſſible, pour en pouvoir faire un fondement certain pour toutes les autres : car d'une ſeule expérience ſûre & fidéle, l'on vient à la connoiſſance de tous les autres effets, en cette maniere.

Chapitre 2.1.1

Pour trouver l'étenduë d'un coup sur une élévation donnée.

SI vous voulez ſçavoir l'étendüe de la portée de vôtre piéce à telle autre élévation qu'il vous plaira, faites que comme le ſinus du double de l'angle de l'élévation ſous laquelle l'expérience a êté faite, (que j'appellerai dorenavant la premiére élévation, eſt au ſinus du double de l'angle de l'élévation propoſée ; ainſi l'étenduë de la portée connüe par l'expérience, (que j'appellerai auſſi déſor-

mais la premiére portée,) ſoit à un autre. Et vous aurez ce que vous demandez.

Comme ſi ayant fait l'expérience de vôtre piéce élevée ſous l'angle de 30 dégrez, vous avez trouvé qu'elle ait chaſſé préciſément à la longueur de 1000 toiſes ou 1000 autres meſures ; pour ſçavoir qu'elle ſera la portée de la même piéce avec la même charge, lors-quelle ſera êlevée à l'angle de 45 dégrez ; il faut prendre le ſinus de l'angle de 60 dégrez double de celui de la premiére élévation, qui eſt 8660, & en faire le premier terme de la régle de Trois, dont le ſecond eſt ſinus de l'angle de 90 dégrez double de celui de l'élévation que l'on propoſe qui eſt 10000 ; & le troiſiéme eſt le nombre de meſures de la premiére portée qui eſt 1000 toiſes, & les diſpoſer en cette maniére.

Si 8660 me donnent 10000, que me donneront 1000 ? pour avoir près de 1155 toiſes pour la portée de la piéce élevée ſous l'angle de 45 dégrez.

Où il faut remarquer que lors-que l'angle de l'inclination propoſée eſt plus grand que 45 dégrez, il ne faut pas le doubler pour avoir le ſinus que la régle demande ; mais il faut à ſa place prendre le ſinus du double de ſon complément à l'angle droit. Comme ſi l'on propoſe l'élévation de la piéce à l'angle de 50 dégrez, il faut prendre le ſinus de 80 dégrez double de 40 dégrez qui font le complément à l'angle droit du propoſé de 50 dég.

Chapitre 2.1.2

Trouver l'angle de l'élévation pour une étenduë donnée.

SI vous donne une étenduë déterminée à laquelle on veut que la piéce chaſſe, pourvû que cette étenduë ne ſoit pas plus grande que celle de l'élévation de 45 dégrez : pour trouver l'angle de l'élévation qu'il faut donner à la piéce pour lui faire faire l'effet propoſé ; il faut dire que comme la premiére portée eſt à l'étenduë que l'on propoſe, ainſi le ſinus du double de l'angle de la premiére élévation, ſoit à un autre. Et ce nombre ſera le ſinus du double de l'angle de l'élévation qu'il faut donner à la piéce.

Comme ſi l'on veut que le Canon ou le mortier porte à la diſtance de 800 toiſes ou 800 autres meſures, il faut que la premiére étenduë de 1000 toiſes, ſoit le premier terme de la régle de Trois, la portée propoſée de 800 toiſes ſoit le deuxiéme, & le troiſiéme ſoit 8660 ſinus de l'angle de 60 dégrez double de celui de 30 dégrez de la premiére élévation. En cette maniere.

Si 1000 toiſes font 800 to. qui feront 8660 ? pour avoir 6928 qui eſt le ſinus de l'angle 43 dégrez 52, dont la moitié, c'eſt-à-dire 21. 56′, eſt l'angle de l'êlévation que vous devez donner à la piéce pour faire l'effet propoſé. Et ſi vous ôtez les 21. 56′ de l'angle droit ou de 92 dégrez, vous aurez l'angle du complement de 68 dégrez 4′ que vous pourrez prendre pour l'élévation de vôtre piéce ; car elle chaſſera également loin, ſoit que vous l'éleviez à l'angle de 21. 56′, ou à celui de ſon complement 68. 4′.

Chapitre 2.1.3

Table de sinus servant au jet des Bombes.

POur plus grande facilité & pour ôter cet embaras que l'on a de rechercher les ſinus du double des angles des élévations propoſées ; Galilée & Torricelli ont

fait des Tables que j'ai miſes ici, dans lesquelles on voit tout d'un coup les ſinus des angles que l'on recherche. C'eſt-à-dire que ces tables ont êté tirées de celles des ſinus ordinaires, dont elles ne différent qu'en ce que les nombres qui répondent ici à chaque dégré, ſont dans les tables ordinaires ceux qui répondent aux dégrez qui ſont doubles de ceux-ci ; car le nombre répondant ici à 1 dégré répond dans l'autre à 2 dégrés ; celui qui répond ici à 2 dégrez répond dans l'autre à 4 dég. ; celui de 20 dég. eſt de 40 dégrez dans l'autre. Et ainſi du reſte.

Chapitre 2.1.4

Usage de la Table pour trouver l'étenduë, sur un êlévation donnée.

L'Uſage de cette table eſt facile. Car pour connoître l'étenduë ſur une élévation propoſée, il ne faut que prendre pour premier terme de la régle de Trois, le nombre qui répond à l'angle de la prémiére élévation, & pour ſecond celui qui répond à l'angle de l'élévation propoſée ; & enfin le nombre des meſures de la pre-

miére étenduë pour troiſiéme terme ; afin que par la régle vous ayez pour quatriéme l'étenduë que vous cherchez.

Comme ſi, nous ſervant des exemples que nous avons rapportez ci-devant, nous voulons ſavoir quelle ſera la portée d'une piéce élevée à l'angle de 45 dégrez, ſuppoſé qu'elle ait chaſſé à la longueur de 1000 toiſes lorsqu'elle êtoit élevée à l'angle de 30 dégrez. Je dis ainſi.

Si 8660 répondant à 30. dég. me donnent 10000 répondant à 45 dég., que me donneront 1000 to. de la premiére portée ; & j'aurai près de 1155 toiſes pour la portée que l'on demande.

Chapitre 2.1.5

Pour trouver l'élévation sur une êtenduë donnée

AInſi pour ſavoir à quel angle je dois êlever ma piéce pour la faire chaſſer à une diſtance donnée, qui ne ſoit pas plus grande que celle de 1155 to. qui eſt l'êtenduë de la piéce êlevée à 45 dégrez : je prens pour premier terme de ma régle la premiére êtenduë, pour ſecond l'êtendüe propoſée, pour troiſiéme le nombre répondant dans la table à l'angle de la premiére élévation, & le quatriéme ſera le nombre répondant à l'angle de l'élévation que l'on demande.

Comme ſi l'on veut faire chaſſer la piéc à la diſtance de 800 toiſes, il faut faire ainſi.

Si 1000 toiſes premiére êtenduë, me donnent 800 toiſes êtenduë propoſée, que me donneront 8660 répondant à la premiére êlévation ? Et j'aurai 6928 dont le nombre le plus proche de la Table eſt 6947 qui répond aux angles de 22 dég. & de 68 dég. Qui ſont ceux où je pourrai êlever la piéce pour lui faire faire l'effet propoſé.

Au reſte le nombre 10000 de la plus grande portée de la Table n'a pas êté pris au hazard : car outre que c'eſt celui que l'on donne ordinairement au ſinus total dans la Table commune des ſinus, d'où celle-ci a êté tirée ; c'eſt que la moitié de ce nombre, c'eſt-à-dire 5000, réduite en pas Géometriques, marque aſſez juſtement la plus grande portée d'une Coulevrine de 30 livres de balle.

Nous pouvons joindre ici les autres tables que Galilée & Torricelli nous ont données, comme celle des hauteurs des jets en toutes ſortes d'élévation d'une même piéce également chargée ; celle des hauteurs ou ſublimitez des jets dont les longueurs horizontales ſont égales en toutes êlévations ; & une troiſiéme que j'ai calculée de la proportion de la force qu'il faut imprimer au mobile pour le faire porter à une même longueur horizontale en toutes ſortes d'élévations.

Chapitre 2.1.6

TABLE DES HAUTEURS DES JETS DE MÊME FORCE.

DAns la premiére, c'eſt-à-dire dans celle des hauteurs des jets en

toutes ſortes d'élévation, lorsque la force eſt toûjours la même, (laquelle a beaucoup de liaiſon avec celle des êtendües que nous venons d'expli- quer ;) nous ne nous ſommes pas ſervis des nombres qui ſe trouvent dans les tables de Galilée & de Torricelli ; parce qu'ayant donné le nombre 10000 à la moitié de leur plus grand portée, ils mettent auſſi le même nombre 10000 à la plus grande hauteur à cauſe que celle-ci, c'eſt-à-dire la hauteur du jet perpendiculaire, eſt égale à la moitié de la plus grande portée qui eſt celle de la piéce pointée ſous l'angle de 45 dégrez. Mais comme nous avons ſuppoſé dans la table précédente que la plus grand portée êtoit 10000, la plus grande hauteur ſur ce pié ne peut être que de 5000. Et partant tous les nombres de nôtre table des hauteurs ſont les moitiés de ceux de Galilée. Les nombres de la table des portées ſont proportionels aux ſinus du double des angles de l'élévation, & ceux de cette table des hauteurs, ſont les quarts des ſinus verſes du double des mêmes angles, parce qu'ils ſont les moitiés des nombres

de la Table de Torricelli qui

ſont les moities des mêmes ſinus.

L'uſage de cette table eſt tel. Connoiſſant l'étenduë d'un jet ſuivant un angle d'inclination, ſi l'on en veut ſavoir la hauteur, il faut faire que comme le nombre répondant à l'angle propoſé dans la table des portées eſt à l'êtenduë connuë de vôtre jet ; ainſi le nombre répondant au même angle dans la table des hauteurs, ſoit à un autre ? Qui vous donnera la hauteur que vous demandez ; comme ſi la portée du jet ſous l'angle de 22 dégrez êtant de 800 toiſes, je veux ſavoir ſa hauteur perpendiculaire, je prens pour premier terme de ma régle de Trois le nombre qui réponde à 22 dég. dans la table des portées qui eſt 6947, pour ſe-

cond terme 800 to. de la portée connuë, pour troiſiéme le nombre 701 répondant à l'angle de 22 dég. dans la table des hauteurs ; & par la régle je trouve que la hauteur du jet que je demande eſt de 80 toiſes 4 piés 4 pouces.

Mais ſi la même portée de 800 to. venoit d'un jet fait ſous l'élévation de 68 dég. complement de l'angle de 22 dég. ; il faudroit prendre, pour troiſiéme terme de la régle de Trois, le nombre qui répond dans la table des hauteurs à l'angle de 68 dég. qui eſt 4298 ; & par la régle nous aurions pour la hauteur du jet propoſé 494 toiſes 5 piés 8 pouces.

Chapitre 2.1.7

Table des hauteurs & sublimitez des jets de même êtenduë.

VOici la ſeconde Table qui eſt celle des hauteurs & des ſublimitez des jets d'une même êtenduë de portée en toutes ſortes d'élévations : cette êtenduë ſuppoſée par tout égale à celle que nous avons priſe pour nôtre plus grande portée dans autres tables, c'eſt-à-dire à 10000 parties ; ce qui fait que tous les nombres de cette table, comme ceux des précédentes, ne ſont que la moitié de ceux qui ſe trouvent dans celles de Galilée & de Torricelli qui ont donné

Table des hauteurs & des sublimitez des Jets dont l'êtenduë en toutes élévations est toûjours la même, posée de 10000 parties.

le même nombre 10000 à l'étenduë de leur demi-parabole ; au lieu que nous en faiſons celle de la parabole entiére ; d'où il arrive que tous les nombres des hauteurs ſont chacun le quart de ceux qui ſont les tangentes des angles d'élévation dans la Table ordinaire des ſinus, & ceux des ſublimitez ſont chacun le quart des tangentes du complément des mêmes angles.

Je ne m'arrêterai pas à vouloir faire comprendre ce que l'on entend par la ſublimité d'une parabole ou d'un jet, parce que tout cela ſera expliqué fort au long dans la troiſiéme partie de ce Livre. Je parlerai donc ſeulement de l'uſage de cette table, qui eſt tel ; que voulant ſavoir ſur une étenduë donnée, quelle doit être la ſublimité & la hauteur d'un jet ſur l'élévation d'un angle donné ? il faut faire que comme le nombre 10000 eſt à l'étenduë propoſée, ainſi ceux des hauteurs & ſublimité qui répondent à l'angle donné dans la Table, ſont à d'autres ; que ſeront ceux que l'on demande. Comme ſi l'étenduë propoſée étant de 800 toiſes, on veut ſavoir la hauteur & la ſublimité du jet de cette longueur ſous l'élévation de 26 dég. le premier terme de la régle de Trois eſt 10000, le ſecond eſt 800, & le troiſiéme pour la hauteur eſt 1219, qui donne pour quatriéme 9312. Le même troiſiéme pour la ſublimité eſt 5126 qui donne pour quatriéme 410. Ainſi la hauteur du jet ſur cette hypothéſe ſera de 9312 toiſes, & la ſublimité de 410 toiſes. Ce qui eſt de particulier eſt qu'à l'élévation de l'angle de 64 dég. qui eſt le complement de l'angle propoſé de 26 dég, les hauteurs & les ſublimitezz ſont réciproques, c'eſt-à-dire que la hauteur eſt de 410 to., & la ſublimité de 9312.

Chapitre 2.1.8

Table de la force des jets de même étenduë.

LA table qui ſuit eſt faite en ajoûtant enſemble les hauteurs & les ſublimitez de la précédente. Son uſage eſt poru la proportion que la force qui a chaſſé le mobile à une certaine diſtance ſuivant un certain angle d'êlévation, doit avoir à une force qui pourra chaſſer le même mobile ou ſon égal à la même diſtance ſuivant tout autre dégré d'êlévation ; c'eſt-à-dire que la force du jet parcourant un certain eſpace ſous l'angle de 22 dég. ou de ſon complement à l'angle droit qui eſt de 68 dég., ſera à la force du jet parcourant le même eſpace ſous l'angle de 35 dég. ou de 55 dég. qui eſt ſon complement à un droit, comme le nombre 7197 répondant à 22 dég. eſt à 5321 répondant à 35 dégrez. L'on voit par cette table que de tous les jets d'une même étenduë ; celui où il faut moins de force eſt le jet qui ſe fait ſous l'élévation de 45 dégrez, & qu'il faut que la force augmente à meſure que l'élévation s'éloigne du demi droit vers la perpendiculaire ou vers l'horizontale ; ainſi il faudroit une force infinie pour faire parcourir un eſpace de niveau quel qu'il puiſſe être ſous l'élévation de 90 & de 0

dégrez, c'eſt-à-dire lors-que le jet

Table de la force qu'il faut donner aux Jets de même étenduë de toutes sortes d'Elévation.

eſt ou à plomb ou de niveau ; ce qui ſera expliqué dans la quatriéme partie de ce Livre.

Au reſte il eſt bon de ſavoir que c'eſt ſur la table des portées expliquée ci-devant, que j'ai calculé celles qui ſe voient dans la premiére partie de ce Livre, pour être comparées à celle de Diego Unfano, & aux autres. Je crois qu'il eſt inutile de dire que les angles d'élévation doivent être donnez ou meſurez ſur la piéce avec l'Equerre diviſée par dégrez, & non pas par celle de Tartaglia qui eſt diviſée en 12. points.

Chapitre 2.2.1

Par l'Equerre des Canoniers rectifiée.

Ais parce que la plûpart des Canoniers eſt accoutumée à cette Equerre de 12 points, le même Torricelli a trouvé le moïen de la rectifier & de la mettre en êtat que l'on s'en puiſſe ſervir utilement par la connoiſſance des portées. Sa figure eſt la même que celle de Tartaglia, compoſée de deux bras inégaux formans un angle droit, d'un quart de cercle, & d'un plomb attaché par un filet à l'angle ; le plus grand bras ſe met dans la piéce & le quart de cercle eſt diviſé en 12 points à commencer du plus petit bras de l'Equerre, & chaque point en 12 minutes. Toute la différence eſt en la diviſion de ces points & de ces minutes, qui ſont êgaux de l'Equerre de Tartaglia & fort inégaux dans celle-ci.

Sa conſtruction eſt telle. Le plus grand bras de l'Equerre eſt A E : & le moindre A C : le quart de cercle B D C : dont le demi diametre eſt A B ; ſur lequel comme ſur un diametre il faut décrire le demi cercle A P B ſur le centre F, & mener F P perpendiculaire à A B qui ſera par conſéquent parallele à A C ; puis du point P, êlever P G parallele à A B, qui coupe A C en G ; en-ſuite il

faut couper la droit A G en 6 parties êgales comme aux points G & H &c., d'où il faut laiſſer tomber des droits paralleles au côté A B qui coupent le demi cercle chacune en deux points comme H K aux points I & K &c. ; enfin du point A, par les points où le demi cercle eſt coupé par ces paralleles, il faut mener des droits juſqu'au quart de cercle B D C, qui le couperont en douze parties inégales qui ſeront les douze points de l'Equerre. Comme la droite A P D tirée du point A par le point P marquera le ſixiéme point de l'Equerre, A I M le cinquiéme, A K L le ſeptiéme, & ainſi des autres. Où il faut remarquer que la largeur des points, qui ſont également êloignés du ſixiéme, eſt êgale, comme D L eſt êgal à D M largeur du cinquiéme & ſeptiéme point, ainſi celles du huitiéme & du quatriéme &c.

Et comme il ſeroit peut-être difficile de trouver préciſément le prémier & le ſécond point de l'Equerre, qui commencent toûjours du côté du plus petit bras A C ; il ne faut que les faire égaux au douziéme & à l'onziéme qui leur répondent & dont la grandeur ſe trouve avec facilité.

Pour avoir les minutes, il ne faut que diviſer chacune des parties égales de la ligne A G comme H G &c en 12 autres portions égales, & de chaque point de diviſion abaiſſer des droites paralleles à A B, qui couperont le demi cercle chacune en deux points, par leſquels menant des lignes droites du point A juſqu'au quart de cercle B D C, elles y marqueront les minutes que l'on demande.

J'oubliois à dire que le plomb eſt attaché par un filet au point A de l'angle de l'équerre.

L'uſage de cét Equerre eſt tres facile : car les points y ont entr'eux la même proportion que des portées d'une piéce élevée ſuivant les angles qu'ils font ſur l'Equerre ; c'eſt-à-dire que la portée d'une piéce élevée au quatriéme point eſt double de la portée de la même piéce êlevée au ſecond point ; & quadruple de la portée au premier point, comme le nombre 4 eſt double du nombre 2, & quadruple du nombre 1 &c.

Il ſuffit donc de mettre ſon plus grand bras dand l'ame de la piéce, & remarquer par le moïen du filet quel eſt le point de ſon élévation ? Et par l'expérience d'un ſeul coup, dont il faut meſurer exactement la portée, l'on peut aſſez bien juger de la portée de la même piéce avec la même charge dans toutes ſortes d'élévation, en faiſant une régle des trois. Comme ſi la portée de votre piéce élevée par exemple au deuxiéme point a êté de 800 toiſes, pour ſavoir quelle ſera ſa portée lors-qu'elle ſera élevée au cinquiéme point ? il faut dire.

Si 2 donnent 800 : que donneront 5 ? pour avoir 2000 toiſes pour la portée de la piéce au cinquiéme point. Où il faut remarquer qu'au lieu des points qui ſont au-deſſus du ſixiéme comme le ſeptiéme, le huitiéme, le neuviéme, le dixiéme & l'onziéme ; il faut, pour faire les régles de trois, prendre ceux qui leur répondent au deſſous du même ſixiéme, comme le cinquiéme au lieu du ſeptiéme, le quatriéme au lieu du huitiéme, le troiſiéme au lieu du neuviéme, le ſecond au lieu du dixiéme & le premier au lieu de l'onziéme. Car, comme nous avons dit, les portées des points également éloignées du ſixiéme ſont égales, comme celles du ſeptiéme égales à celles du cinquiéme, celles du huitiéme égales à celles du quatriéme, celles du neuviémes à celles du troiſiéme, & ainſi des autres.

Si vous voulez ſavoir ſur la même ſuppoſition, à quel point vous devez élever vôtre piéce pour lui donner une portée de 1500 toiſes ; il faut faire vôtre régle de trois en cette maniére.

Si 800 donnent 2 : que donneront 1500 ? Et vous aurez 334 ; c'eſt-à-dire trois points & 9 minut. au-deſſous du ſixiême, ou huit points & 3 minut. au-deſſus, & ainſi du reſte.

Chapitre 2.2.2

Par le demi cercle de Torricelli.

VOici encore un autre inſtrument compoſé pour le même effet. C'eſt un demi cercle diviſé ſur ſon bord intérieur en 180 dégrez à l'ordinaire, & ſeulement en 90 parties ſur celui de dehors, dont le dia-

metre eſt prolongé par un bout ; & à l'autre, par lequel la diviſion ſe commence, il y a un plomb attaché à un filet qui marque ſur le bord extérieur du demi cercle les dégrez de l'angle de l'élévation de la piéce lors-que l'on met dans l'ame le bout du diametre prolongé, & les dégrez qui leur répondent ſur le bord intérieur, ſont ceux dont il faut prendre les ſinus.

Son uſage eſt aſſez prompt, car comme dans cét inſtrument les ſinus des dégrez qui répondent à ceux des angles de l'élévation de la piéce ſont en même raiſon que l'étenduë des portées ; après avoir meſuré exactement l'une des mêmes portées ſuivant un certain angle d'élévation ; pour avoir l'étenduë d'une autre ſuivant un autre angle, il ne fait que faire une régle de Trois dont le pre-

mier terme doit être le ſinus des dégrez répondans à ceux de l'angle ſur lequel s'eſt fait l'expérience ; le ſecond terme doit être le ſinus des dégrez répondant à ceux de l'angle propoſé ; le troiſiéme doit être l'êtenduë de la portée connuë en meſures par l'expérience ; & le quatriéme ſera l'êtenduë que vous cherchez. Comme ſi vous avez trouvé par une expérience tres-exacte que l'étenduë de la portée de vôtre piéce êlevée par exemple ſous un angle de 30 dég. ait êté de 1500 toiſes : pour ſavoir à combien de toiſes elle portera lors-que vous l'êleverez ſeulement ſous un angle de 20. dégrez ? Parce que les dégrez qui répondent, ſur le bord interne de l'Equerre à ceux de l'élévation de 30 dégrez ſont 60 dég. qui ont 8660 pour ſinus, & ceux qui répondent à l'élévation de 20 dégrez ſont 40 dégrez qui ont pour ſinus 6427 : je fais ma régle en cette maniére :

Si 8660 donnent 6427 que donneront 1500 ? Et j'aurai près de 1114 toiſes pour l'étenduë de la portée que l'on demande.

Ainſi pour ſavoir quelle ſera la plus grande portée de la piéce, c'eſt-à-dire lors-qu'elle ſera élevée à l'angle de 45 dég. qui ont pour répondans 90 dég. dont le ſinus eſt 10000 : je fais ainſi :

Si 8660 donnent 10000 que donneront 1500 ? pour avoir environ 1732 toiſes pour la plus grande portée que l'on recherche.

Mais ſi l'on veut ſur la même hypothéſe, ſavoir à quel angle il faut élever la piéce ou le mortier pour le faire porter à une diſtance propoſée, pourvû qu'elle n'excéde point celle à laquelle la piéce élevée l'angle de 45 dégrez peut porter ; il faut faire une autre régle de trois, dont le premier terme ſera l'étenduë de la portée de la piéce connuë en meſures par l'expérience que l'on en a faite ; le ſecond terme ſera l'étenduë de la portée que l'on pro-

poſe ; & le troiſiéme doit être le ſinus des dégrez répondans à ceux de l'élévation ſous laquelle on a fait l'expérience ; afin que par la régle on ait pour quatriéme terme, le ſinus des dég. décrits dans le bord intérieur de l'Equerre, dont les répondans ſur le bord de dehors ſont ceux de l'élévation que l'on demande.

Comme ſi l'on déſire ſavoir à quel angle il faut élever la piéce pour la faire porter à la longueur de 1200 toiſes, ſuppoſé qu'elle ait chaſſé à celle de 1500 toiſes ſous l'élévation de 30 dégrez qui ont 60 dégrez pour répondans ſur le bord intérieur de l'Equerre, dont le ſinus eſt 8660. Je fais ma régle de trois en cette maniére.

Si 1500 donnent 1200 : que donneront 8660 ? Et j'aurai pour quatriéme terme 6928 ſinus de l'angle de 43 dégrez 52 min. qui ont pour correſpondant ſur le bord extérieur de l'Equerre 21 56′ qui ſont ceux de l'élévation que l'on demande ; auſſi bien que 68 4′. qui ſont leur complément à l'angle droit.

Si par la régle vous trouviez que vôtre quatriéme terme fut un nombre plus grand que ceux qui ſont contenus dans la Table des ſinus, c'eſt-à-dire plus grand que celui que vois auriez pris pour ſinus total ; ce ſeroit une marque que la diſtante propoſée ſeroit plus grande que celle à laquelle elle peut porter avec la même charge. Comme ſi l'on demandoit à quel angle elle devroit étre élevée pour la faire chaſſer à la longueur de 1800 toiſes ? faiſant la régle de trois comme nous l'avons enſeignée, l'on trouveroit pour quatriéme terme ce nombre 10392 ; lequel êtant plus grand que celui de 10000 qui eſt ſinus total dans cette hypothéſe où le ſinus de 60 dégrez eſt 8660 ; fait voir que la piéce ne peut pas chaſſer à cette diſtance : ce qui eſt conforme à ce que nous avons fait voir ci-devant, que ſa plus grande portée qui eſt ſous l'angle de 45 dégrez n'étoit que d'environ 1732 toiſes.

Chapitre 2.2.3

Par un autre instrument sans le besoin des sinus.

TOutes ces pratiques ſont faciles & aſſurées : mais comme il y faut avoir inceſſamment recours à la Table des ſinus, qu'il ſeroit peut-être difficile d'avoir toûjours préſente ; le même Torricelli a recherché le moïen de s'en paſſer ajoûtant diverſes lignes dans l'Equerre dont nous venons d'enſeigner la deſcription & l'uſage. Voici donc ce qu'il fait.

Il ſe contente de la diviſion du bord extérieur du demi cercle en 90 dég. ; & ayant mené un rayon perpendiculaire au diametre, il le diviſe en un tres grand nombre de parties égales, comme par exemple en p. 200 ; qu'il commence à conter du centre du demi cercle. En-ſuite de chaque dégré marqué dans ſon bord, il tire des droites, qu'il appelle des guides, paralleles au diametre qui paſſent au travers de ce rayon diviſé, & vont répondre aux dégrez qui ſont les complemens à l'angle droit de ceux d'où elles ſont parties ; c'eſt-à-dire que la droite tirée par exemple du 10 dégré, tombe ſur le 80 ; & celle qui vient du 20 tombe ſur le 70. Et ainſi des autres.

Maintenant comme les portions du rayon diviſé contenuës entre chacune des guides & le centre du demi cercle, ſont égales aux ſinus du double des angles d'où les guides ont êté tirées, il ne faut que prendre le nombre des parties égales du rayon diviſé compriſes entre le centre & les guides & s'en ſervir pour termes des régles de trois au lieu des ſinus.

Comme dans la même ſuppoſition ; parce que la guide du 30 dég. coupe le rayon de telle ſorte qu'il y a 173 parties égales juſqu'au centre ; & celle du 20 dégré le coupe où il y en a 12812.

Pour ſavoir quelle ſera la portée de la piéce êlevée au 20 dégré, ſuppoſé qu'au 30 elle ait chaſſé à la longueur de 1500 toiſes, je fais ma régle de trois en cette maniére.

Si 173 donnent 1500 toiſes, que donneront 12812 ? j'aurai les mêmes 1114 toiſes pour la portée de la piéce à l'élévation propoſée de 20 dégrez.

Ainſi pour connoître ſur la même hypothéſe la plus grande portée de la piéce, c'eſt-à-dire lors-qu'elle eſt êlevée à l'angle de 45 dégrez qui a le rayon entier ou les 200 parties ſous ſa guide ; je fais ma régle de trois en cette ſorte.

Si 173 donnent 1500 toiſes : que donneront 200 ? Pour avoir toûjours à peu près les mêmes 1732 toiſes.

Mais ſi l'on veut ſavoir à quel angle on doit êlever a piéce pour la faire chaſſer à une diſtance propoſée, pourvû qu'elle ne ſoit pas plus grande que ſa portée naturelle ſous l'élévation de 45 dégrez. Comme ſi l'on vouloit la faire porter à la longueur de 1200 toiſes ; il faudroit diſpoſer les termes de la régle de Trois en cette maniére.

Si 1500 toiſes donnent 173 parties : que donneront 1200 ? pour avoir 13812 parties ſur leſquelles tombe la Guide de l'angle 21 dégré 56′ & de ſon complément à l'angle droit 68 dég. 4′. qui ſont les angles de l'élévation que l'on doit donner à la piéce pour la faire chaſſer à la diſtance propoſée de 1200 toiſes.

L'on peut par la même régle connoître ſi la diſtance propoſée eſt dans les termes de la portée de la piéce ; car ſi les nombres des parties qui viennent pour quatriéme terme de la régle de Trois, excédent 200 c'eſt-à-dire le nombre de parties contenuës dans le rayon diviſé ; l'on pourra dire que la piéce ne ſauroit porter avec la même charge à la longueur que l'on a propoſé.

Comme ſi l'on demandoit l'angle de l'élévation de la piéce pour la faire porter à la longueur de 1800 toiſes ? En faiſant ainſi la régle de Trois.

Si 1500 donnent 173 : que donneront 1800 ?

Je trouve qu'il me vient pour quatriéme terme 20735 parties, qui ſurpaſſent les 200 parties contenuës dans le rayon diviſé ; & qui me font connoître que la piéce ne peut pas porter, à cette diſtance. C'eſt ce qui convient à ce que nous avons dit ci-devant, faiſant voir que ſa plus grand portée eſt ſeulement de près de 1732 toiſes.

Livre 2.3

Pratiques des jets dont l'étenduë n'est pas au niveau des batteries.

Ous ajoûterons ici diverſes pratiques pour la réſolution de pluſieurs cas différens de ceux que nous avons expliquez & qui peuvent arriver ſur le même ſujet, & premiérement.

Chapitre 2.3.1

Portée de but en blanc d'une piéce élevée au-dessus du plan horizontal.

POur ſavoir à quelle diſtance d'un plan horizontal, une piéce pointée du but en blanc & poſée au deſſus du niveau du même plan, pourra porter ? Comme dans cette figure où la ligne de niveau de la campagne eſt A K ſur laquelle la piéce eſt êlevée de la hauteur perpendiculaire A B : pour connoître le point C dans la droite A K ou le boulet arrivera partant de la piéce en B pointée du but en blanc, c'eſt-à-dire ſuivant la direction horizontale B H ?

Comme je ſuppoſe que l'on connoiſſe la plus grande portée de la piéce ſous l'élévation de 45 dégrez qui ſoit par exemple B H, & la hauteur A B ; je multiplie la moitié de B H par A B, & le double de la racine quarrée du produit, me donne la longueur ſur le plan horizontal A C que je cherche. Comme ſi la hauteur perpendiculaire A B, êtoit par exemple de 15 piés c'eſt-à-dire de 212 toiſes, & la plus grande portée de 1732 toiſes ; je multiplie 866 moitié de 1732 par 212, & du produit 2165 je prens la racine quarrée 46 dont le double 92 toiſes eſt la longueur A C demandée. Dans la même hypothéſe ſi la hauteur perpendiculaire A B êtoit de 30 piés, c'eſt-à-dire 5 toiſes, je multiplierois 866 moitié de la plus grande portée par 5 & du produit 4330, je prendrois la racine quarrée 65, dont le double 130 toiſes me feroit la longueur demandée A C.

Chapitre 2.3.2

Portée sur un plan incliné d'une piéce pointée sous un angle donné.

POur ſavoir à qu'elle diſtance d'un plan incliné au deſſus ou au deſſous de l'horizon, le boulet d'une piéce pointée ſous un angle donné, touchera ? Comme dans cette figure. Pour connoître à quel point du

plan A E incliné au deſſus ou au deſſous ſous de l'horizon A F, arrivera le boulet d'une piéce ou d'un mortier pointé ſuivant l'angle de l'inclination D A B : il faut faire deux régles de Trois ?

La prémiére pour trouver la longueur horizontale A F en faiſant que comme la tangente de l'angle de l'inclination de la piéce D A B eſt à la tangente de l'angle de l'inclination du plan D A E ; ainſi l'amplitude A D de la parabole A C D trouvée par les tables, ſoit à une autre, qui ſera la longueur D F ; laquelle étant ôtée de la même amplitude ſi le plan eſt incliné ſur l'horizon, ou étant ajoûtée s'il eſt au-deſſous, donne la longueur horizontale A F.

Par la ſeconde régle de Trois, l'on trouve la longueur A C, car comme le ſinus total eſt à la ſécante de l'angle du plan D A E, ainſi A F eſt à A C. La hauteur perpendiculaire C F ſe trouve avec la même facilité ; car comme le ſinus total eſt à la tangente du même angle du plan D A E, ainſi A F eſt à C F.

Comme ſi l'angle de l'inclination du plan D A E au-deſſus ou au-deſſous de l'horizon eſt de 25 dég., & l'angle de l'inclination de la piéce D A B de 43 dégrez. Suppoſant que la plus grande portée

ſous l'Angle de 45 dégrez ſoit de 1732 toiſes ; ſa portée ſous l'angle de 43 dégrez ſera de 1647 ; & partant diſpoſant nôtre premiére régle de Trois en ſorte que comme 93252 tangeant de 43 dégrez, eſt à 46631 tangente de 25 dégrez ; ainſi 1647 qui eſt l'amplitude A D eſt à 82312 qui eſt la longueur D F : laquelle êtant ôtée du nombre 1647 qui eſt A D donne auſſi 82312 pour la longueur horizontale A F ſi le plan eſt incliné au-deſſus de l'horizon, ou bien êtant ajoûté à la même amplitude de 1647 donne 2470 pour la même longueur ſi le plan eſt incliné ſous l'horizon.

Maintenant ſi je fais comme 100000 ſinus total eſt à 110338 ſécante de l'angle du plan F A C, ainſi A F longueur horizontale du plan incliné {ſur l'horizon 82312
ſous l'horiz. 2470} eſt à un autre ; j'aurai pour la longueur du plan incliné A C {ſur l'horizon 908 to.
ſous l'horiz. 2725 to.}

Ainſi faiſant que comme le ſinus total 100000 eſt à 46631 tangente du même angle F A C ; ainſi la même longueur horizontale A F du plan incliné {ſur l'horizon 82312
ſous l'horiz. 2470} eſt à un autre ; j'aurai pour la hauteur perpendiculaire C F {ſur l'horizon 384 toiſes.
ſous l'horizon 1151 toiſes.}

En la même maniére ſi nous ſuppoſons que l'angle de l'inclination du plan F A C ſoit de 15 dég. au deſſus ou au deſſous de l'horizon : celui de l'inclination du mortier F A B de 32 dégrez ; & la plus grande portée de la bombe à 45 dég. de 600 toiſes, qui par conſéquent à 32 dégrez donnera 539 to. : ſi je fais que comme 62487 tangente de l'angle de 32 dégrez eſt à 26795 tangente de l'angle F A C de 15 dégrez ; ainſi l'amplitude A D 539. to. eſt à une autre ; J'aurai 229 pour la longueur F D, qui dans le cas que l'in-

clination ſoit {ſur l'horizon étant ôté de
ſous l'horiz. étant ajoûtée a} 539, donne {310
768} pour la longueur horizontale A F.

Maintenant ſi je fais que comme le ſinus total 100000 eſt à 103528 ſécante de l'angle F A C de 15 dégrez ; ainſi A F {310 ſur l'horizon
768 ſous l'horizon} eſt à un autre ; j'aurai pour la longueur du plan incliné A C {321 to. ſur
795 to. ſous} l'horizon. Et ſi je fais que comme le ſinus total 100000 eſt à 26795 tangente du même angle de 15 dégrez ; ainſi A F {310 ſur
770 ſous} l'horizon, eſt à un autre ; j'aurai pour la hauteur perpendiculaire C F {83 to. ſur
206 to. ſous} l'horiz.

Chapitre 2.3.3

Trouver l'angle de l'élévation de la piéce.

CEtte pratique eſt de Torricelli qui n'a rien dit de la converſe de ſa propoſition qui eſt beaucoup plus difficile. C'eſt-à-dire lors-que la longueur & l'inclination d'un plan êtant donnée au-deſſus ou au-deſſous du niveau d'une batterie, l'on veut ſavoir à quel dégré il faut élever ſa piéce ou ſon mortier pour la faire chaſſer à cette longueur ? Comme ſi l'angle F A C & la longueur A C êtant donnez, & parconſéquent la hauteur perpendiculaire F C & la longueur horizontale A F ; l'on demande quel doit être l'angle F A B,

ſuivant lequel la piéce ou le mortier doit être dreſſé pour faire paſſer le boulet ou la bombe par le point C.

En voici diverſes régles dont je nommerai les Auteurs dans la troiſiéme partie de ce diſcours, lors-que j'expliquerai les propoſitions d'où les régles ont été tirées.

Chapitre 2.3.4

Premiére Pratique par les sinus.

DIviſez le quarré de la moitié de la longueur horizontale A F par la hauteur perpendiculaire C F, ajoûtez au Quotient le quart de la plus grande portée. En-ſuite faites que comme ce quart eſt à cette ſomme, ainſi le ſinus de l'angle du plan F A C ſoit à un autre ſinus, dont l'angle êtant ajoûté à celui de l'inclination du plan, donne le double de l'angle de l'élévation de la piéce ou du mortier que l'on demande.

Comme dans l'exemple pris ci-devant, poſant que l'angle de l'inclination du plan A C au-deſſus du niveau des batteries A F eſt de 15 dég. ; l'êlévation perpendiculaire C F de 83 toiſes ; longueur horizontale A F de 310 to. ; & la plus grande portée du mortier à l'angle de 45 dég. de 600 toiſes. Pour trouver quel angle d'êlévation il faut donner au mortier pour faire porter la bombe du point A par exemple dans un château ſur une montagne en C ?

Je prens premiérement 155 qui eſt la moitié de la diſtance horizontale

A F, dont le quaré 24025 diviſé par la hauteur perpendiculaire C F 83, fait au Quotient 289 ; à quoi j'ajoûte 150 qui eſt le quart de la plus grande portée, & j'ai 439. Puis je fait que comme ce même quart 150 eſt à cette ſomme 439, ainſi 25882 ſinus de l'angle F A C de 15 dég. ſoit à un autre, c'eſt-à-dire à 75747 qui eſt le ſinus de 49. 14′ & de ſon complement à deux droits 130. 46′ ; j'ajoûte 15 dégrez, à l'un & à l'autre & j'ai 64. 14′ & 145. 46′ dont les moitiés 32. 7′ & 72. 53′. ſont les angles de la direction du mortier que l'on recherche. C'eſt-à-dire qu'êlevant le mortier ſuivant l'un ou l'autre de ces deux angles, la bombe partant du point A avec une force capable de la porter à la longueur de 600 to. ſous l'angle de 45 dégrez, ira frapper au point C élevé ſur l'horizon des batteries à la hauteur de 83 to. & éloigné horizontalement de 310 to.

Chapitre 2.3.5

Seconde pratique par les sinus.

FAites que comme la moitié de la plus grande portée eſt à la moitié de la diſtance horizontale, ainſi le ſinus total ſoit à un autre, auquel il faut ajoûter la tangente de l'inclination du plan s'il eſt incliné ſur l'horizon, ou l'ôter s'il eſt incliné au-deſſous. Puis faire que comme le ſinus total eſt au ſinus du complement de l'angle du plan, ainſi cette ſomme ou différence ſoit à une autre, & vous aurez le ſinus d'un angle auquel ajoûtant l'angle du plan l'inclination êtant au-deſſus, ou l'ôtant ſi elle eſt au-deſſous, & prenant la

moitié de la ſomme ou de la différence, vous aurez l'angle de la direction du mortier que vous cherchez.

Comme dans la même hipothéſe ſi le plan eſt incliné ſur l'horizon : multipliant 155 moitié de la diſtance horizontale A F par le ſinus droit 100000, & diviſant le produit 15500000 par 300, qui eſt la moitié de la plus grande portée, j'ai 51666 : à quoi j'ajoûte 16795 tangente de l'angle du plan de 15 dég. & la ſomme eſt 78455 ; que je multiplie par 96593 ſinus de 75 dég. complement de l'angle du plan ; & je diviſe le produit 7578203815 par le ſinus total

100000, pour avoir 75782 ſinus de l'angle de 49. 16′ & de ſon complement à deux droits 130 44′ ; & ajoûtant 15 dég. de l'angle du plan à l'un & à l'autre, j'ai 64. 16′. & 145. 44′ dont les moitiés me donnent 32. 8′ & 72. 52′ pour les angles que l'on demande.

Et ſi le plan eſt incliné ſous l'horizon ; j'ôte 26795 tangente de l'angle du plan, de la ſomme trouvée 51666. Et le reſte eſt 24865, que je multiplie par les mêmes 96593 ſinus de 75 dég. complement de l'angle du plan F A C ; dont le produit 2402364503 doit être diviſé par le ſinus total 100000, & lo Quotient 24023 eſt ſinus de l'angle de 13. 54′, & de ſon complement à deux droits 166. 6′. Enfin ôtant 13. 54′. de 1 dég., & 15 dég. de 166. 6′. Il vient 1. 6′ ſous l'horizon, & 151. 6′ au-deſſus ; dont les moitiés ſavoir 33′ ſous l'horizon & 75. 33′ au-deſſus, ſont les angles de la poſition que l'on recherche. C'eſt-à-dire qu'élevant le mortier ſuivant la direction de 75. 33′ ſur l'horizon, ou l'abaiſſant ſuivant celle de 33′ au-deſſous, la bombe partant du point A, ira fraper au point C abaiſſé ſous le niveau de la batterie de la hauteur perpendiculaire F C.

Chapitre 2.3.6

Troisiéme pratique par les sinus.

MUltipliez le ſinus du complement de l'angle du plan par la diſtance horizontale, & diviſez le produit par la plus grand portée ; le Quotient ſera un nombre auquel ajoûtant celui de la même inclination ſi elle eſt deſſous ; l'on aura le ſinus d'un angle auquel il faut ajoûter ou ôter l'angle de l'Inclination du plan, & prendre la moitié de la ſomme ou de la différence pour avoir celui de la poſition du mortier que l'on demande.

Comme ſi je multiplie 96593 ſinus de 75 dég. complement de l'inclination du plan ſur l'horizon, par 310 longueur horizontale ; & diviſant le produit 29943830 par 600 de la plus grande portée, j'ajoûte au Quotient 49906 le ſinus de la même inclination 25882, il viendra 75788 qui eſt le ſinus de l'angle de 49. 16′ & de ſon complement à deux droits 130 44′, à quoi ajoûtant 15 dég. de l'élévation du plan, j'ai 64. 16′, & 145. 44′, dont la moitié qui eſt 32. 8′ & 75. 52′ ſont les angles de l'élévation que je dois donner au mortier.

Si le plan avoit êté incliné ſous l'horizon, j'aurois ôté du même nombre 49906 le même ſinus 25882, & le reſte m'auroit donné 24024 ſinus de l'angle de 13. 54′ & de ſon complement à deux droits 166. 6′ ; ainſi ôtant 13. 54′ de 15 dég., & 15 dég de 166. 6′ : il vient 1. 6′ ſous l'horizon & 151. 6′ au-deſſus, dont la moitié 33′ ſous l'horizon & 75. 33′ au-deſſus, ſont les angles de poſition demandez.

Chapitre 2.3.7

Quatriême pratique par les sinus.

SI le plan incliné ſur l'horizo, ôtez de la plus grande portée la hauteur perpendiculaire, & multipliez le reſte par la même hauteur ; puis ayant diviſé le produit par la longueur du plan incliné, ôtez le quotient de la même longueur ; & prenez la moitié du reſte, qu'il faut ajoûter au même quotient. En-ſuite il faut faire que comme cette ſomme eſt à la moitié de la plus grande portée, ainſi le ſinus total eſt à un autre ; & vous aurez la ſécante d'un angle, auquel ajoûtant ou ôtant l'angle du plan il vient un autre angle qu'il faut ôter ou ajoûter à l'angle droit, pour avoir encore un autre dont la moitié eſt le complement de l'angle de l'êlévation du mortier que l'on recherche.

Comme ſi demeurant dans la même ſuppoſition, il faloit tirer dans un château ſur une montagne en C êlevé ſur le plan de la batterie A F de la hauteur perpendiculaire F C 83 to., à la diſtance de 320 to. ſur le plan AC incliné de 15 dég. ſur le niveau de la batterie ; ſuppoſant la plus grande portée du mortier de 600 to. après avoir ôté la hauteur FC 83 to. de 600 ; je multiplie le reſte 517 par FC 83 ; & je diviſe le produit 42911 par AC 320, pour avoir 134 au quotient, que j'ôte de AC 320, puis je prens la moitié du reſte 186 qui eſt 93 que j'ajoute au quotient 134, & j'ai 227. En-ſuite je fais que comme 227 eſt à 300 moitié de la plus grande portée, ainſi 100000 ſinus total eſt à un autre ; & j'aurai 132158 ſécante de l'angle de 40. 50′ auquel ajoûtant ou ôtant l'angle du plan de 13 dég., il vient 55, 50′, & 25. 50′ qu'il faut ôter ou ajoûter à 90 dégrez pour avoir 43. 10′ & 115. 50 dont les moitiés ſont 57.

5′ & 57. 55′, qui ſont les complemens de 72. 58′ & 32. 5′ angles de la poſition du mortier que l'on demande.

Si l'inclination du plan eſt ſous l'horizon ajoûtez la plus grande portée à la hauteur perpendiculaire & multipliez la ſomme par la même hauteur : puis ayant diviſé le produit par la longueur du plan incliné, ajoûtez le Quotient à la même longueur & ôtez le même Quotient de la moitié de la ſomme ; en-ſuite faites que comme ce reſte eſt à la moitié de la plus grande portée, ainſi le ſinus total eſt à un autre, qui ſera la ſécante d'un angle, duquel ôtant ou ajoûtant l'angle du plan, il vient un autre angle qu'il faut ôter ou ajoûter à l'angle droit ; & le reſte où la ſome eſt le double du complement de l'angle que l'on recherche.

Comme dans la même hypothéſe, il faloit tirer dans quelque endroit au fonds d'une vallée en C abaiſſé ſous le niveau de la batterie FC 83 to. à la diſtance de 320 toiſes ſur le plan AC incliné de 15 dégrez, ſuppoſant toûjours la plus grande portée de 600 toiſes. Ayant ajoûté la plus grande portée 600 à la hauteur perpendiculaire 83 ; je multiplie leur ſomme 683 par la même hauteur 83, & je diviſe le produit 56689 par 320 longueur du plan incliné, qui me fait 177 au quotient ; lequel ajoûté à la même longueur 320, fait 497 dont la moitié eſt 249, d'où j'ôte le même quotient 177, & j'ai 72 pour le reſte. En-ſuite ayant multiplié le ſinus total 100000 par la moitié de la plus grande portée 300 & diviſé le produit 3000000 par 72, il vient 41666 qui eſt la ſécante de l'angle 76 7′ duquel ôtant & ajoûtant l'angle du plan 15 dégrez j'ai 61. 7′ & 91. 7′. Puis ôtant le premier & ajoûtant le dernier à 90 dégrez, il me vient 28. 53′ & 181. 7′ dont la moitié eſt 14. 26′12, & 90. 3312′, ſur l'horizon, & de 75. 3312′ au-deſſous, pour la poſition du mortier que l'on demande.

Chapitre 2.3.8

Cinquiéme Pratique par le demi cercle de Torricelli rectifié.

IL y a des inſtrumens qui peuvent ſans s'embaraſſer de tant de calcul, donner les mêmes angles. Le premier eſt le demi cercle de Torricelli A F D qui nous avons expliqué ci-devant avec les diviſions tant des 90 dégrez autour du limbe entier à commencer du point A, que d'un grand nombre de parties égales ſur le demi diametre perpendiculaire E F, il ne faut qu'y ajoûter en bas au point D, une touchante D B égale à E F & diviſée en la même maniére, & avoir, outre le plomb pendant en A, un filet qui puiſſe couler au long de la droite D B & s'étendre de là ſur toutes les parties du demi cercle.

Pour s'en ſervir il faut du point A conter ſur le limbe autant de dégrez que contient l'angle de l'inclination du plan comme de A en M ; & apliquant le filet de D en M coupant la droit E F en H, conter combien il y a de parties entre E & H. En-ſuite il faut prendre ſur D B la droite D V & ſon égale E I ſur E F ; de ſorte que D B ſoit à D V, comme la plus grande portée eſt à la diſtance horizontale donnée, & contant de I en L vers le point F, (ſi l'inclination eſt ſur l'horizon ;) ou de I en N vers E (ſi elle eſt au-deſſous,) autant de parties qu'il y en a de E en H, dreſſer le filet de V par les points L ou N, qui touchera le cercle s'il n'y a qu'une ſolution ; ou le coupera en deux points, comme G, Q ou O, P ; s'il y en a deux, ou ne le rencontrera point du tout, ſi le probleme eſt impoſſible. Et les points de la rencontre G : Q : ou O : P : ſeront ceux que l'on recherche : en-ſorte que mettant le grand bras DC dans l'ame du

mortier & le dreſſant de maniére que le plomb pendant en A tombe ſur G : Q : ou O : P : la Bombe ſera portée au point où l'on veut qu'elle aille.

Comme dans nôtre exemple ſuppoſé que l'angle de l'inclination du plan ſoit de 15 dég, la diſtance horizontale de 310 toiſes, la plus grande portée de 600 to., & les droites E F & D B partagées en 200 parties. Il faut premiérement prendre 15 dég. depuis A juſqu'en M & menant le filet D H M remarquer qu'il y a 53 p. depuis E juſqu'en H ſur la droite E F ; en-ſuite ſi l'on faut que comme la plus grande portée 600 to., eſt à la diſtance horizontale 310 to., ainſi la ligne E F 200 p. eſt à une autre ; l'on aura D V & E I de 103 p., auxquelles ajoûtant I L de 53 p., (ſi l'inclination eſt ſur l'horizon,) l'on aura E L de 156 p. ; & paſſant le filet du point V par L, il coupera le demi cercle aux points Q de 32 dégrez & G de 73 qui ſont les angles de la poſition du mortier que l'on demande, mettant le bras de l'Equerre D C dans l'ame & élevant le mortier en-ſorte que le plomb pendant en A tombe ſur les points de 32 ou de 73 dégrez.

Si l'inclination du plan êtoit ſous l'horizon, il auroit falu ôter la droite E H ou I N 53 p. de la ligne E I 103 p., afin d'avoir E N. de 50 p. ; puis faire paſſer le filet du point V par le point N, qui auroit coupé le demi cercle au point O 7512 dég & au point P. 12 dégré au delà de la droite A D. Ce qui fait voir que les angles de la poſition du mortier ſont en ce cas de 7512 dég. ſur l'horizon & d'un demi dégré au-deſſous. C'eſt-à-dire que le bras D C êtant mis dans l'ame du mortier, il faut le hauſſer en-ſorte que le plomb tombe ſur le point O de 75. 30′, ou l'abaiſſer de maniére que le même plomb coupe le demi cercle prolongé au delà du diametre A D au point P à la diſtance d'un demi dégré depuis le point A.

Chapitre 2.4.1

Construction d'un instrument pour toutes sortes de jets.

Oici encore un autre inſtrument qui n'eſt pas moins ingénieux que celui de Torricelli, & qui peut ſervir pour toutes ſortes de portées, ſoit qu'on les demande dans l'êtenduë du niveau des batteries, ſoit qu'on veüille les faire porter ſur des plans êlevez ou abaiſſez au-deſſus ou au-deſſous du même niveau.

C'eſt un quarré A B C D dont l'un des côtez comme A B porte à l'un des bouts comme A le plomb attaché à un filet, l'autre B eſt prolongé vers E, afin que la branche B E puiſſe entrer dans l'ame du Canon ou du mortier. Le même côté A B eſt le diametre du demi cercle A H B dont le centre eſt en F & qui doit être premiérement diviſé en 90 parties égales, ainſi que celui de Torricelli, à commencer du point A ſur un des limbes ; & ſur l'autre, chaque quart de cercle H A & H B doit être auſſi diviſé en 90 dégrez à commencer du point H. Le demidiametre perpendiculaire F H continué juſqu'en G, en-ſorte que H G ſoit égale à F H, doit être auſſi partagé en un tres-grand nombre de parties égales à commencer du point F, & l'on fait paſſer, par chacun de ſes points, des Guides paralleles au diametre A B & traverſant juſqu'aux deux côtez oppoſez A C : B D : qui par ce moïen ſe trouveront diviſez comme la droite F G. Il faut enfin qu'il y ait un filet attaché au centre F. Voilà tout ce qu'il faut pour ſa conſtruction.

Chapitre 2.4.2

Son usage pour les portées qui sont au niveau des batteries.

L'Uſage en eſt tel. Si connoiſſant la portée d'un Canon ou d'un mortier ſous un angle donné, l'on veut ſavoir quelle ſera celle de la même piéce ſous un autre angle ? il faut mettre la pointe du compas ſimple ſur les dégrez du premier angle donné, marquez ſur le limbe qui commence du point A, & l'ouvrant de la grandeur du demi diametre du même limbe, le tourner ſur la droit F G & remarquer à quel nombre de parties il répond vers le point G. ; il en faut enſuite faire autant ſur les dégrez du ſecond angle : car les parties de la droite F G coupées par le ſecond, comme l'êtenduë de la portée connuë ſous l'élévation du premier angle, eſt à celle que l'on cherche ſous l'êlévation du ſecond.

Comme ſi le côté F G êtant diviſé en 400 parties, l'on propoſe quelle ſera la portée d'un mortier êlevé de 40 dégrez, ſuppoſé qu'il ait chaſſé à la longueur de 400 to. ſous l'êlévation de 21 dég. ? Il faut ouvrir le compas de la grandeur du demi diametre F A, & l'aïant poſé ſur le bord du demi cercle au point de 21 dégrez, le tourner du côté de G ſur la droite F G, & remarquer à quel point il répond de la même ligne, qui ſera dans cét exemple au point 266. En-ſuite ayant poſé la pointe du compas ſur le point de 30 dégrez, il faut voir où il coupe la même F G qui doit être au point 346. Enfin il faut faire que comme 266 eſt à 346, ainſi la portée du mortier donnée de 400 toiſes ſous l'angle de 21 dégrez eſt à un autre ; & l'on aura peu plus de 520 toiſes pour la portée du même mortier êlevé ſous l'angle de 30 dégrez.

Si poſant la portée de 400 toiſes ſous l'élévation de 21 dég. l'on vouloit ſavoir à quel angle il faudroit l'êlever pour chaſſer à 520 to. ? Ayant mis la pointe du compas ſur 21. dég., & vû qu'il coupe 266 parties ſur la droite F G, il faut faire que comme la portée de 400 to. eſt à celle de 520 to. ainſi 266 ſoit à un autre ; & il viendra 346. au point duquel ſur la droite G F il faut mettre la pointe du compas toûjours ouvert de la grandeur du demi diametre F A, & voir où il coupera le demi cercle comme aux poins 30 & 60. Qui ſont les angles de l'élévation du mortier pour le faire chaſſer à la diſtance de 520 to., ſuppoſé qu'il ait porté à celle de 400 to. ſous l'élévation de 21 dégrez.

Chapitre 2.4.3

Pour les portées qui ne sont pas au niveau des batteries.

LA difficulté n'eſt pas plus grande pour déterminer les portées vers les endroits êlévez ou abaiſſez ſous l'horizon ; ſuppoſé que l'on connoiſſe la plus grande portée de la piêce ou du mortier, l'angle de l'inclination du plan & la diſtance horizontale, ſi c'eſt l'angle de l'êlévation du mortier que l'on cherche : ou que l'on connoiſſe les angles du plan & du mortier avec la plus grande portée, ſi c'eſt la diſtance horizontale, ou la longueur du plan incliné, ou enfin la hauteur perpendiculaire que l'on demande.

Chapitre 2.4.4

Trouver l'élévation de la piéce, quand l'inclination est au-dessus du niveau des batteries.

AU premier cas, il faut faire que comme la plus grande portée eſt à la diſtance horizontale donnée, ainſi les parties contenuës dans la droite FG, ſoient à un nombre de parties de la même ligne. Enſuite il faut étendre le filet attaché au centre F & le faiſant paſſer par le dégré de l'inclination du plan marqué ſur le bord du quart de cercle de H vers B (ſi l'inclination eſt au-deſſus de l'horizon,) ou de H vers A (ſi elle eſt au-deſſous,) voir en quel point il coupera la Guide qui paſſe par le nombre de parties de la droite F G qui nous avons marquées ; car le point ſera le centre d'un arc de cercle dont le rayon eſt ce qui reſte de la même guide depuis ce point juſqu'au côté B D du quarré, & qui touchera ou coupera le demi cercle en des points qui marqueront les angles de la poſition du mortier que l'on demande.

Comme dans l'exemple que nous avons rapporté ci devant ; ou nous avons ſuppoſé la plus grande portée de 600 to., & que le point où l'on veut tirer eſt dans un plan incliné 15 dég. au-deſſus ou au-deſſous de l'horizon des batteries à la diſtance horizontale de 310 to. ; il faut premiérement faire que comme 600 to. eſt à 310, ainſi 400 parties de la droite FG eſt au nombre 206 qui répond au point I ſur la même F G, par où il faut entendre que paſſe la Guide K I O parallele au diametre A B ; en-ſuite en faiſant paſſer le filet du point F par Q où il y a 15 dég. depuis H vers B (ſi l'élévation eſt ſur l'horizon,) remarquer le point L où il coupera la

Guide I K ; & ce point L, ſera le centre ſur lequel mettant la pointe du compsa ouvert de l'étenduë L K, & décrivant un arc de cercle, il touchera le demi cercle, ſi le probleme n'a qu'une ſolution ; ou le coupera en deux points comme M m s'il en a deux ; ou ne le rencontrera point du tout, s'il eſt impoſſible ; & les points de la rencontre M m marqueront ſur le bord intérieur du demi cercle, dont les dégrez commencent du point A, les angles de la poſition du mortier que l'on demande. C'eſt-à-dire que dans nôtre hypothéſe le point M donnera l'angle de 32 dég. & m celui de 72 ; ſur leſquels il faut que le plomb pendant en A tombe, lors-que le bras B E eſt au dedans de l'ame du mortier.

Chapitre 2.4.5

Trouver l'élévation de la piéce, quand l'inclination est au-dessus du niveau des batteries.

SI ſur la même ſuppoſition, l'inclination du plan étoit au-deſſous du niveau de la batterie, il faudroit prendre l'arc de 15 dégré de ſon inclination du point H vers A comme H R, & paſſant le filet du point F par R, voir où il coupe la Guide KIO comme en S, où mettant la pointe du compas, ouvert de l'étenduë S K, faire l'arc K P p qui coupera le demi cercle en P où il y a 75. 30′, & en p au delà du point A à la diſtance de 30′. qui ſont ceux de la poſition du mortier que l'on cherche. De maniére que le hauſſant de telle ſorte que le bras B E étant dans l'ame du mortier, le plomb tombe du point A ſur 75, 30′, où le baiſſant tellement qu'il tombe ſur le

point p au delà du point A de 30′, la bombe ira frapper au lieu abaiſſé ſous l'horizon comme on le demande.

Chapitre 2.4.6

Trouver la distance horizontale, ou la longueur du plan incliné, ou la perpendiculaire.

MAintenant ſuppoſant que l'angle de l'inclination du plan ſoit toûjours de 15 dégrez ſur le niveau des batteries, la plus grande portée de 600 toiſes & un angle donné de l'élévation du mortier de 72 dégrez. Si l'on veut ſavoir quelle ſera la diſtance horizontale, ou la longueur du plan incliné, ou même la hauteur perpendiculaire à laquelle la bombe arrivera ſur le plan ? Il faut du point Q où répond l'angle du plan ſur le limbe des dégrez du demi cercle qui commencent au point H, prendre avec le compas la diſtance Q m, c'eſt-à-dire juſqu'au point qui répond ſur l'autre limbe à 72 dégrez de l'angle donné de l'êlévation du mortier, & la raporter du même point Q ſur l'autre côté du demi cercle comme au point M ; puis faiſant paſſer le filet par les deux points M m, voir où il coupera le côté B D comme en T ; car B K double B T donnera la diſtance horizontale F I de 206 parties ; & par conſéquent la guide I K & le point L où elle eſt coupée par le filet FQ ; & raportant les droites FL & IL ſur FG, vous trouverez 213 p. pour la longueur du plan incliné FL, & 55 p. pour la hauteur perpendiculaire IL. De ſorte que faiſant que comme les 400 parties de la droite F G ſont aux 600 toiſes de la plus grande portée, ainſi les trois

nombres de parties 206 : 213 : 55 : ſont à d'autres ; nous aurons 310 to. pour la diſtance horizontale F I, 320 to. pour l'inclinée FL, & 83 to. pour la hauteur perpendiculaire I L.

Si le plan êtoit incliné ſous l'horizon & l'angle de l'élévation du mortier donné de 75. 30′, il faudroit mettre le compas ſur le point R où répond l'angle du plan ſous l'horizon, & l'ayant êtenduë juſqu'en P. où ſont marquées les 75. 30′ de l'angle donné du mortier, le tourner de l'autre côté en p où il coupe le demi cercle prolongé au delà du point A ; & par les points p : P : faire paſſer le filet juſqu'à ce qu'il coupe le côté du quarré B D comme en T ; car le double de la droite B T pris ſur la droite FG, donnera la longueur de la diſtance horizontale & la Guide uqi lui répond, & par conſéquent le point S, & la longueur de la diſtance ſur le plan incliné F S, & celle de la hauteur perpendiculaire IS ; qui ſur cette hypothéſe ſeront toujours les mêmes, c'eſt-à-dire que l'on aura 310 to. pour la diſtance horizontale F I, 83 to. pour la hauteur perpendiculaire ſous le niveau de la batterie I S ; & 320 to. pour la longueur du plan incliné F S.

Chapitre 2.5.1

Pour les portées qui sont au niveau des batteries.

Eux qui ſavent bien l'uſage du compas de proportion ordinaire, pourront utilement s'en ſervir pour le jet des Bombes ſur toutes ſortes de plans, ſoit qu'ils ſoient dans le niveau des batteries, ſoit qu'ils ſoient inclinez au-deſſus ou au-deſſous du même niveau, ſans avoir beſoin d'aucunes tables ni d'aucun autre inſtru-

ment que d'un compas commun. Car prenant ſur la ligne des cordes le double des ſinus des angles propoſés, l'on pourra leur trouver des proportionelles ſur celle des parties égales.

Ainſi connoiſſant la portée horizontale d'une piéce ou d'un mortier ſuivant la direction d'un angle donné ; ſi l'on veut ſævoir quelle ſ€ra la portée de la même piéce ſuivant la direction d'un autre angle ? il faut premiérement prendre ſur la ligne des cordes la longueur de celle du quadruple du premier angle propoſé, & la rapporter tranſverſalement ſur les parties égales aux points répondans à l'étenduë de la premiére portée ; puis prendre ſur les cordes la longueur de celle qui répond au quadruple du ſecond angle propoſé, & voir du côté des parties égales quels ſont les points auſquels cette grandeur peut être apliquée tranſverſalement ; car ce ſeront ceux qui marqueront l'étenduë de la ſeconde portée que l'on demande.

Comme dans l'exemple propoſé ci-devant où la portée d'une bombe tirée ſœus l'élévation de 21 dég. eſt de 400 to. ; ſi l'on demande quelle ſera celle du même mortier êlevé ſous l'angle de 30 dégrez ? Je prens premiérement ſur la ligne des cordes l'étenduë de celle de 84 dég. quadruple du premier angle propoſé de 21 dég. ; puis prenant le quart des 400 to. ſavoir 100 (à cauſe que le nombre des parties égales n'eſt ordinairement que de 200 ſur le compas de proportion,) j'applique tranſverſalement aux points 100. 100 : des parties égales l'étenduë de la corde que j'ai priſe ; puis ayant pris la corde de 120 dég. ; quadruple du dernier angle propoſé de 30 dég. ; je cherche ſur le compas ainſi ouvert à quels points des parties égales, elle peut être appliquée tranſverſalement ;, & je trouve que ce ſont les points 130 : 130 :, dont le qua-

druple qui eſt 520 toiſes me donne la portée du mortier que je recherche.

Si dans la même hypothéſe où la portée eſt de 400 to. à 21 dég., j'avois voulu ſavoir à quel dégré il faut êlever le mortier pour le faire chaſſer à la longueur horizontale de 520 to. ? Après avoir appliqué la corde de 84 dég. quadruple de 21 dég. tranſverſalement ſur les points 100 : 100 : des parties êgales, j'aurois pris ſur le compas ainſi ouvert la diſtance tranſverſale qui eſt entre les points 130 : 130 : du même côté, laquelle êtant rapportée ſur la ligne des cordes donne celle de 120 dég., dont le quart 30 dég. ou ſon complement 60 dégrez, ſont les angles de la poſition du mortier que l'on demande. Je prens les points 130 : 130 : parce que le nombre eſt le quart du propoſé 520 comme les points 100 : 100 : ©œnt le quart de l'autre propoſé 400 : ayant pû prendre 12 : 13 : 15 : ou telle autre partie de l'un & de l'autre qui auroit le plus comodement réüſſi ſur les parties égales du compas.

Pour dreſſer le mortier ſuivant la direction d'un angle donné avec le compas de proportion ; il faut premiérement l'ouvrir de la capacité de cét angle en prenant la longueur de ſa corde & l'appliquant tranſverſalement ſur les points 60 : 60 : des mêmes cordes ; puis mettant un de ſes bras ſur le mortier en-ſorte que la tête du compas êtant tourné vers ſa bouche, le même bras ſoit parallele à l'axe de

l'ame, il faut êlever le mortier de maniére que l'autre bras devienne parallele à l'horizon, ce qui ſe cônnoit en appliquant ſur ce bras un de ces petits niveaux d'émail ou tel autre que l'on jugera à propos.

Chapitre 2.5.2

Usage du Compas de proportion pour les portées qui ne sont pas au niveau des batteries.

L'Uſage du compas de proportion n'eſt pas plus difficile pour les portées ſur des plans inclinez au-deſſus ou au-deſſous du niveau des batteries ; car il ne faut que prendre la longueur de la plus grande portée ſur la ligne des parties égales & y appliquer tranſverſalement celle de la diſtance horizontale ; puis ſur cetet ouverture de Compas prendre ſur la même ligne des parties égales, la longueur de la corde du double du complement de l'angle du plan propoſé, & ajoûter à celle qui lui répond transverſalement la corde du double du même angle ; & cét agrégé ſera la corde d'un angle, à la moitié duquel & à ſon complement à deux droits, ajoûtant l'angle de l'inclination du plan, vous aurez le double des angles que l'on demande.

Chapitre 2.5.3

Trouver l'élévation de la piéce quand le plan est incliné sur le niveau des batteries.

COmme dans nôtre exemple, ſuppoſé que la plus grande portée ſoit de 600 to., la diſtance horizontale de 310 to. & l'angle de l'inclination du plan ſur l'horizon de 15 dég. : parce que le plus grand nombre des parties égales qui eſt ſur le bras du compas de proportion ordinaire n'eſt que 200 qui eſt le tiers de 600 to. de la

plus grande portée, je prens ſur la même ligne la longueur de 10313 p. qui eſt le tiers de la diſtance horizontale que j'applique tranſverſalement ſur les points 200 : 200 :, puis ayant pris la longueur de la corde de 150 dég. double de 75 qui eſt le complement de l'angle du plan de 15 dég., je la rapporte au long de la ligne des parties égales pour prendre la tranſverſale ſur les points ou elle répond, à laquelle ajoûtant la corde de 30 dég. double du même angle du plan de 15 dég., j'ai

la corde de 98. 30′ dont la moitié eſt 49. 15′ & ſon complement à deux droits 130 45′. Et ajoûtant 15 dég. à l'un & à l'autre, j'ai 64. 15′. & 145. 45′ dont les moitiés 32. 712′ & 72. 5212′ ſont les angles de la poſition du mortier que l'on recherche.

L'application du mortier avec le compas de proportion eſt la même que celle que nous venons d'enſeigner : mais ſi au lieu de tenir le bras extérieur parallele à l'horizon, l'on vouloit découvrir l'objet au long du même bras en y mettant des pinules ; il faudroit en ce cas diminuer l'angle trouvé de la grandeur de celui du Plan, & ayant ouvert le compas de la capacité du reſte, hauſſer le mortier juſqu'à ce que l'on découvre au long des pinules le point où l'on veut fraper. Comme en nôtre exemple ôtant 15 dég de 32. 712′ & de 72. 5212′ ; l'on auroit 17. 712′ & 57. 5212′, dont il faudroit apliquer la corde tranſverſale aux points 60 : 60 : des mêmes cordes, & tenant ainſi le compas ouvert, mettre un de ſes bras parallele à l'ame du mortier, qu'il faut en-ſuite élever juſqu'à ce que, par les pinules poſées au long de l'autre bras, l'on puiſſe voir l'objet élevé où l'on veut faire porter la bombe.

Chapitre 2.5.4

Trouver l'élévation de la piéce quand le plan est incline sous le niveau des batteries.

SI ſur les mêmes hypothéſes le plan avoit êté incliné ſous le niveau de la batterie ; après avoir ouvert le compas de proportion en-ſorte que la longueur de 10313 p., qui eſt le tiers de la diſtance horizontale, ſoit la tranſverſale ſur la ligne de parties égales des points 200 : 200 : qui ſont le tiers de la plus grande portée, & appliqué ſur le même côté la corde de 150 dégrez double de 75, qui eſt le complement de l'angle du plan de 15 dégrez ; il faut ôter de la tranſverſale la longueur de la corde de 30 dégrez double du même angle du plan ; & le reſte eſt la corde de 28. 50′ ; d'où ayant ôté 15 dégrez, le reſte eſt l'angle de 13. 50′ & ſon complement à deux droits 166. 10′ ; puis prenant la différence de l'un & de l'autre & de 15 dégrez ; c'eſt-à-dire ôtant 13. 50′ de 15 dég. ; ou 15 dég. de 166. 10′, il reſte 1. 10′ & 151. 10′, dont les moitiés 35′ & 73. 35′ ſont les angles recherchez. De ſorte qu'ouvrant le compas de la grandeur de ces angles, & diſpoſant le mortier en-ſorte que l'un des bras convenant à l'ame, l'autre ſoit parallele à l'horizon ; la bombe ira fraper au point propoſé.

Si ajoûtant l'angle du plan qui eſt de 15 dég. à chacun de ces angles, qui vous donnenront par conſéquent 15. 45′ & 80. 35′, vous ouvrez vôtre compas de leur grandeur ; vous pourrez êlever le mortier de maniére que l'un des bras convenant à l'ame, vous découvriez le point où vous voulez fraper, par les pinules poſées au long de l'autre bras.

Chapitre 2.5.5

Trouver la distance horizontale, ou la longueur du plan incliné, ou la perpendiculaire.

LOrs qui connoiſſant l'angle du plan & celui de la poſition du mortier, l'on veut ſavoir quelle eſt la diſtance horizontale ? ou la longueur du plan incliné ? ou la hauteur perpendiculaire à laquelle la bombe arrivera ? ſuppoſé que la plus grande portée ſoit de 600 to. : voici comme il faut faire.

Otez l'angle du plan du double de celui de l'élévation du mortier, puis ayant pris la corde du double du reſte ou de ſon complement à deux droits (ſi ce reſte, excéde un angle droit,) ôtez en la corde du double de l'angle du plan. En-ſuite appliquez ce reſte tranſverſalement ſur les parties égales aux points où ſe termine la corde du double du complement de l'angle du plan ; car le compas êtant ainſi ouvert, la tranſverſale ſur lés parties êgales répondant aux points de la plus grande portée ou de quelqu'une de ſes parties, vous donnera la diſtance horizontale, ou telle autre de ſes parties ſemblable à celle que l'on a priſe pour la plus grande portée.

En-ſuite ſi vous appliquez tranſverſalement la corde du double de l'angle du plan ſur les points des parties égales où répond la longueur de la corde du double de ſon complement ; la tranſverſale répondant à la diſtance horizontale que vous avez trouvée vous donnera la hauteur perpendiculaire.

Enfin appliquant tranſverſalement la corde du double de l'angle droit, c'eſt-à-dire celle de 180 dég. ſur les mêmes points des parties égales où répond de l'angle du plan ; la tranſverſale de la même diſtance horizontale ſera l'étenduë ſur le plan incliné.

Comme dans nôtre exemple où l'angle de l'inclination du plan ſur l'horizon eſt de 15 dég. & la plus grand portée de 600 to : ſi l'on demande quelle ſera la diſtance horizontale lorsque le mortier eſt êlevé de 72. 5212 ? j'ôte les 15 dég. de l'angle du plan, de 145. 45′ double de 72. 5212. Et le reſte eſt 130 45′ : qui eſt plus grand qu'un droit ; ainſi je prens ſon complement à deux droits 49. 15′, dont le double eſt 98. 30′, duquel je prens la corde ſur le compas, d'où ôtant celle de 30 dég. double de l'angle du plan ; j'applique le reſte tranſverſalement ſur les parties égales aux points où répond la corde de 150 dég. double de 75 dég. qui eſt le complement du même angle du plan ; & le compas êtant ainſi ouvert je prens la tranſverſale des points 200 : 200 : laquelle me vient de la longueur de 10313 parties. De ſorte que comme le nombre 200 eſt le tiers des 600 to. de la plus grande portée, ainſi je trouve que le triple de 10313, c'eſt-à-dire 310. to., eſt l'étenduë horizontale que je demande.

Cela poſé : je prens la corde de 30 dég double de l'angle du plan, & l'ayant appliquée tranſverſalement ſur les parties égales aux points où répond la corde de 150 dég double de 75, qui eſt le complement du même angle du plan ; je prens ſur le compas ainſi ouvert, la tranſverſale des points trouvés 10313 10313 : de la diſtance horizontale, & l'étendant ſur les mêmes parties égales, je trouve 2713 p., dont le triple eſt 83 to. pour la hauteur perpendiculaire recherchée.

En la même maniére ouvrant le compas par l'application de la corde de 180 dég. double de l'angle droit, ſur les mêmes points des parties égales où répond celle de 150 dégrez double du complement de l'angle du plan, & prenant la tranſverſale des mêmes points trouvez de la diſtance horizontale 10313 : 10313 : ; je trouve 10623 dont le triple 320 to. me donne l'êtenduë du plan incliné.

Livre 2.6

Autre instrument Universel pour le jet des Bombes.

Ous ajoûterons ici la conſtruction & l'uſage d'un inſtrument que l'on peut appeller Univerſel pour le jet des Bombes, parce qu'il ſert en la même maniére pour toutes ſortes de poſitions, ſoit qu'elles ſoient au niveau des Batteries, ou qu'elles n'y ſoient pas.

Chapitre 2.6.1

Construction d'un instrument Universel pour le jet des Bombes.

SA Conſtruction eſt tres ſimple. C'eſt un cercle aſſez grand & d'une matiére ſolide, qui a une touchante de même matiére, c'eſt-à-dire une régle attachée immobile perpendiculairement au bout de l'un de ſes diametres, égale au même & diviſée en un tres-

grand nombre de parties égales. Il a deplus un plomb attaché à un filet qui peut couler librement au long de la régle & s'arrêter ſur toutes ſes diviſions. Comme en cette figure, le cercle eſt A d g & la régle A E attachée immobile au Cercle au point A, à angles droits ſur le diametre A g, égale au même, & diviſée en tres-

grand nombre de parties égales. Le plomb O pent au filet qui coule au long de la régle A E, & peut s'arrêter ſur tous ſes points comme en C.

Chapitre 2.6.2

Usage d'un instrument Universel pour le jet des Bombes.

SOn uſage eſt aſſez facile : car connoiſſant la plus grande portée du Canon ou du mortier, la diſtance horizontale, & l'angle de l'inclination du plan s'il y en a ; pour trouver l'élévation de la piéce ou du mortier ; il faut premiérement faire que comme le nombre des toiſes, des piés, ou d'autres meſures contenuës dans la plus grande portée, eſt à celui des mêmes meſures compriſes dans la moitié de la diſtance horizontale : ainſi le nombre des parties égales de la régle eſt à un autre ; & poſer le filet du plomb ſur ce dernier nombre de parties de la régle à commencer du point où elle eſt attachée au cercle. Puis diſpoſant l'inſtrument en-ſorte que la veut faire paſſer le boulet ou la bombe ; le filet du plomb touchera ou coupera la Circonférence du cercle en des points, d'où menant des droites continuées par le point de l'attouchement de

la régle, elles donneront en dehors les directions de la piéce ou du mortier que l'on demande.

Comme ſi connoiſſant la plus grande portée, & la diſtance horizontale A H, l'on veut trouver la direction de la piéce ou du mortier pour faire porter le boulet ou la Bombe au but D, ſoit que ce but ſoit au niveau de la batterie, ſoit qu'il ſe trouve au-deſſus ou au-deſſous. Je fais premiérement que comme le nombre des toiſes, des piés ou d'autres meſures, contenües dans la plus grande portée, eſt à celui des mêmes meſures compriſes dans la moitié de la diſtance A H : ainſi le nombre des parties égales de la régle A E eſt à un autre, qui ſoit, par exemple, celui des parties compriſes entre A & C ; & je place le filet du plomb au point C. Puis diſpoſant le cercle de champ & perpendiculaire à l'horizon, en-ſorte que la régle E A ſoit tournée vers le but D en quelque ſituation qu'il

puiſſe être à l'égard du niveau de la batterie ; je prens garde aux endroits où le filet du plomb coupe la circonférence du cercle, comme aux points b b, (car il le touchera néceſſairement en un point, où il le coupera en deux points, ſi le probleme eſt poſſible.) Après quoi je n'ai qu'à mener par le point A les droites b A B, b A B, & j'aurai les lignes A B, A B pour la direction du mortier ou de la piéce comme je le demande.

Je ne m'arrêterai pas à faire voir ce que l'on peut connoître la hauteur perpendiculaire du but H D, la longueur du plan incliné A D, & tous les autres cas qui accompagnent cette propoſition, parce que cela eſt fort facile, ſi l'on a une fois bien compris la conſtruction & l'uſage de cét inſtrument, & ce qui s'eſt dit ci-devant ſur cette matiére.

Chapitre 2.6.3

Autre usage de cét instrument Universel

J'Ajoûterai ſeulement que ſi la régle êtoit diviſée en un nombre de parties égales, qui fut ou égal au plus grand que celui des toiſes, des piés, ou d'autres meſures contenuës dans la plus grande portée d'une piéce de Canon ou d'un mortier ; l'on pourroit donner plus de facilité à l'uſage de cét inſtrument en y ajoûtant une autre régle égale à la premiére, diviſée de même, & attachée au même point au bout du diametre du cercle, enſorte néanmoins qu'elle ſe puiſſe mouvoir & faire tel angle que l'on voudra avec la régle immobile : car par ce moïen l'on n'auroit pas beſoin de faire de Régle de Trois pour la pratique.

Il faudroit ſeulement, ſi le nombre des meſures de la plus grande portée êtoit égal à celui des parties de la régle, attacher le filet au bout extérieur de la mobile ; puis poſant l'inſtrument dans ſa ſituation, enſorte que le plan du cercle êtant à plomb, la régle immobile fut dreſſée vers le but, êlever la régle mobile juſqu'à ce que le filet du plomb vint à couper ſur l'immobile un nombre de ſes parties égal à celui des meſures contenuës dans la moitié de la diſtance horizontale.

Car ce même filet marqueroit ſur la circonférence du Cercle un, ou deux points, d'où menant des droites par le bout du diametre où les régles ſont attachées ; vous auriez en dehors les lignes de direction pour le Canon ou pour le mortier ainſi que vous le demandez.

Comme en cét exemple où j'ai joint à la régle immobile A E au point A, une autre régle A F égale à A E, également diviſée, & mobile autour du même point A. Suppoſé que le nombre des parties égales de la régle A F ou A E ſoit égal ou plus grand que celui des toiſes, des piés ou d'autres meſures contenuës dans la plus grande portée de la piéce ou du mortier dont je cherche la poſition pour faire porter le boulet ou la bombe au but D, cônnoiſſant la diſtance horizontale A H.

Au premier cas : lors-que le nombre des parties de la régle eſt le même que celui des meſures de la plus grande portée, je n'ai qu'à attacher le filet du plomb au bout F de la régle mobile A F ; & poſant le plan du cercle dans ſa ſituation perpendiculaire à l'horizon, en ſorte que la régle E A ſoit dreſſée vers le but D, j'éleve l'autre régle A F, juſqu'à ce que le filet du plomb paſſe comme en C, ſur un nombre de parties de la régle A E égal à celui des meſures de la moitié de la diſtance horizontale A H. Car ce filet coupera le cercle au deſſous en un ou deux points de ſa circonférence comme en b b ; d'où menant les droites b A B, b A B ; celle donneront hors du cercle les lignes A B, A B, de la directioin du Canon ou du mortier ainſi que l'on le demande.

Il n'y a pas plus de difficulté pour le ſecond cas : c'eſt-à-dire lors-que le nombre des parties de la régle eſt plus grande que celui des meſures de la plus grande portée. Car il ne faut que prendre ſur la régle mobile depuis le point A autant de parties qu'il y a de meſures dans la plus grande portée, & y attacher le filet comme au point K ; puis mettant l'inſtrument dans ſa poſition perpendiculaire, avec ſa régle E A dreſſée vers le but D, élever la régle A F juſqu'à ce que le filet du plomb paſſe du point K ſur le point comme de la régle immobile A E, enſorte que le nombre de

ſes parties compriſes entre A & L, ſoit égal à celui des meſures contenuës dans la moitié de la diſtance horizontale A H. Après quoi laiſſant les deux régles en cét êtat il faut remettre le filet au bout F de la régle mobile, lequel paſſant par le point C de l'immobile, coupera dans cette poſition la circonférence du cercle en un ou deux points comme b b, d'où menant les droites b A B, b A B par le point A ; l'on aura les lignes A B, A B, au dehors du cercle pour les lignes de direction de la piéce du Canon ou du mortier, ainſi que l'on le demande.

Chapitre 3.1.1

Dialogues Mecaniques de Galilée du mouvement
& de la resistance des solides.

'Eſt ſur la doctrine de Galilée que ſont ſondées toutes les pratiques que nous venons d'enſeigner dans la ſeconde Partie de ce Livre. Il eſt le premier qui aiit raiſonné juſtement ſur cette matiére, & qui ait découvert la véritable nature du mouvement, tant de celui que l'on appelle mouvement naturel qui eſt le propre des corps qui tombent (comme on dit) par leur propre poids vers le centre de la terre, que du mouvemet violent, qui eſt celui de corps jettés, c'eſt-à-dire de ceux qui ſont portés par une force qui leur a été imprimée du dehors.

Toute cette ſcience du mouvement, auſſi bien que celle de la réſiſtance des ſolides, que cét Auteur appelle Sciences nouvelles, parce qu'il en eſt le premier Inventeur, eſt contenuë dans le livre de ſes Dialogues intitulé Diſcorſi é dimonſtrazioni Mathematiche intorno à due nuove ſcienze attenenti alla mecanica & à' movi-

menti locali, imprimé en Hollande par les Elzevirs en l'année 1638 ; & c'eſt à la généroſité de feu Monſieur le Comte de Noailles que nous avons l'obligation d'un préſent ſi exquis.

Ce Seigneur êtant Ambaſſadeur à Rome avoit employé efficacement ſes offices pour la libération de Galilée priſonnier de l'inquiſition, pour avoir dans ſes Dialogues du Syſteme du monde, appuyé les raiſons du mouvement de la Terre que Copernique, qui vivoit ſur la fin du penultiéme ſiécle, avoit tirées de la doctrine des anciens Philoſophes de la ſecte de Pythagore. Et Galilée pour reconnoiſſance d'un bienfait ſi généreux, lui fit préſent de cét ouvrage manuſcrit ; que nous tenons par ce moïen de la libéralité de Monſr. de Noailles qui a voulu faire part de ſon tréſor au public.

Chapitre 3.1.2

Deux espéces de mouvement.

GAlilée dans ce livre reconnoît d'abord deux eſpéces dans le mouvement, dont l'une eſt celle du mouvement égal & uniforme, & l'autre eſt celle du mouvement inégal qui s'augmente inceſſamment & qu'il appelle mouvement uniformement accéléré, qui eſt un mot dont nous nous ſervirons, quoi qu'il ſoit peu en uſage ; parce qu'il explique aſſez la nature de ce mouvement.

L'uniforme eſt donc celui par lequel un mobile parcourt des eſpaces égaux dans ces tems égaux ; & c'eſt, dit-il, celui qui eſt naturellement propre aux mobiles qui ſe meuvent en rond ſur des

centres, comme eſt celui des corps Celeſtes, qui n'eſt perpétuel que par ſon uniformité & par ſon égalité, laquelle conſerve le mobile dans une unité de ſubſiſtance ſans y apporter aucune altération ; au-lieu que le mouvement inégal ne peut jamais être de longue durée, à cauſe des diverſes mutations qu'il apporte ſur la conſiſtance du mobile par l'inégalité de ſes impreſſions.

Je ne m'arrêterai point à raconter de quelle maniére il refute le ſentiment de ceux qui ont crû que dans le mouvement uniformement accéléré, la vîteſſe s'augmentoit à proportion des eſpaces que le mobile parcouroit dans ſa chûte ; & comme il fait voir qu'outre la vîteſſe & l'eſpace, il faut encore néceſſairement faire conſidération du tems & de la durée, pour avoir une connoiſſance exacte de cette eſpéce de mouvement. Je me contenterai d'expliquer les deux penſées qui lui ſont venuës ſur ce ſujet, dont la premiére eſt décrite dans ſes Dialogues du Syſteme du monde, & l'autre qui paroit être ſon véritable ſentiment, eſt expliquée fort au long dans ſes Dialogues de Mecanique.

Chapitre 3.1.3

Premiére pensée de Galilée pour expliquer l'augmentation de vîtesse du mouvement acceléré.

DAns la premiére il dit donc que l'accélération de vîteſſe dans la chûte des corps, ſe faiſoit peut-être, de telle ſorte que les eſpaces parcourus par le mobile, étoient égaux aux ſinus verſes des arcs de l'Equateur de la Terre, pendant qu'elle ſe mouvoit ſur ſon

propre centre en 24 heures. Ce que l'on peut faire entendre en cette maniére.

Soient pris ſur l'arc de l'Equateur A D B Y coupé à angles droits par les diametres A B : D Y, tant d'arcs que l'on voudra comme A E : A F : A G : &c., dont les ſinus droits, c'eſt-à-dire les perpendiculaires tirées de leurs extrémitez ſur le diametre A B, ſont E H : F I : G K : &c., & les ſinus verſes ſont les portions du même diametre A H : A I : A K. Puis ayant ſuppoſé d'un mouvement égal & uniforme par les points E F G D T B Y juſqu'à ce qu'il retourne au même point A au bout de 24 heures : & qu'au moment que Z part du point A, le mobile tombe auſſi du même point pour deſcendre avec une vîteſſe uniformement accélérée vers le centre C. Le mobile, ſuivant cette premiére opinion, parcourra dans ſa chûte les eſpaces A H : H I : I K. &c :, au même tems que le point Z paſſera de ſon mouvement journalier égal & uniforme par les arcs de l'Equateur A E : E F : F G.

Chapitre 3.1.4

SUITES ADMIRABLES DE LA PREMIÉRE PENSÉE DE GALILÉE.

LEs conſéquences que l'on peut tirer de ce ſentiment ſont admirables dont voici les principales.

Premiérement que le mouvement de ce corps tombant, compoſé de celui de ſa chûte qui eſt uniformement accéléré, droit & à plomb vers le centre de la terre, & de celui qui lui eſt communi-

qué par le mouvement journalier de la terre qui eſt circulaire, uniforme & égal, décrit auſſi une ligne circulaire. C'eſt-à-dire que le poids tombant du point A avec un mouvement compoſé de celui qui l'emporte par ſa propre gravité, perpendiculairement & avec précipitation vers le centre de la terre C : & de celui qui l'emporte en rond & uniformement par le mouvement journalier de la ſurface de la Terre du point A par les points E : F : G : D : &c. décrira par ſa chûte la ligne circulaire A L M N.

Car (comme il eſt démontré dans la Géometrie) les ſinus verſes A H : A I : A K : êtant égaux aux lignes E L : F M : G N :, le corps mobile dans le tems qu'il eſt emporté par le mouvement de la Terre au long des arcs A E : A F : A G : deſcend par l'impreſſion de ſa gravité au long des lignes E L : F M : G N ; & lors-que le mobile Z eſt en E, le mobile tombant eſt en L ; & lors-que Z eſt en F, l'autre eſt en M : & Z êtant en G, le corps tombant eſt en N : & ainſi des autres. Mais tous ces points A L M N ſont dans la circonférence d'un cercle ; & partant la ligne que décrit un poids par ſa chûte, ſuivant cette hypothéſe, eſt circulaire.

En ſecond lieu. Quoi que le corps qui tombe acquiére, en chacun des momens de ſa chûte ou de ſon mouvement droit, un nouveau dégré d'augmentation de vîteſſe : il eſt pourtant vrai que dans ſon mouvement compoſé, dont nous venons de parler, il eſt porté uniformement, également, & ſans aucune accélération. L'on peut dire de plus que ce mouvement de Lation ou de tranſport eſt préciſément égal à celui dont il ſeroit porté par la ſeule circulation journaliére de la terre, quand il ſeroit demeuré comme en repos au premier point de ſa chûte A.

Car ſi vous menez du point O, où eſt le centre du cercle A L M N, les lignes O L. O M : & la droit O P : parallele à C E. La

raiſon des angles A O L & A O M ſera la même que celle des angles A C E & A C F, (car ceux-là ſont doubles de ceux-ci ; (& partant la raiſon de l'arc A M à l'arc A L ſera la même que de l'arc A F à l'arc A E & en diviſant l'arc A E ſera à E F comme l'arc A L à L M. d'où il s'enſuit que poſant A E égal à E F : A L ſera auſſi égal à L M Mais les arcs A E & E F ſont parcourus en tems égaux par le mouvement journalier pendant leſquels le poids tombant paſſe les arcs A L & L M, ainſi que nous l'avons démontré ci-devant : donc les tems des chûtes du poids par les arcs égaux A L & L M ſeront égaux. Et ceci ſe pouvant démontrer dans tous les arcs du cercle A L M décrit par la chûte du mobile ; l'on peut dire que le mouvement du mobile tombant, compoſé du droit accéléré & du circulaire uniforme, eſt égal & uniforme, puis-qu'il parcourt des Arcs égaux en tems égaux.

Maintenant comme O P eſt parallele à C E, l'angle A O P eſt égal A C E, & partant l'arc A P eſt au cercle A L M, comme l'arc A E au cercrrle A E F & en permutant & changeant l'arc A E eſt à l'arc A P, comme la circonférence du cercle A E F à la circonférence du cercle A L M, c'eſt-à-dire comme le diametre A B au diametre A C, mais A B eſt double de A C ; donc l'arc A E ſera double de l'arc A P. Maintenant parce que l'angle A O L eſt double de l'angle A C E, ou de ſon égal A O P, l'arc A L ſera auſſi double de l'arc A P ; donc les arcs A E & A L ſeront égaux. Mais nous venons de montrer que le mobile en tombant décrit par ſa chûte l'arc A L au même tems que le point Z, c'eſt-à-dire le même mobile demeurant comme en repos, ſeroit porté du mouvement journalier de la Terre au long de l'arc A E ; donc le mobile en tombant eſt réellement porté d'un mouvement égal à celui qui lui ſeroit communiqué par le ſeul mouvement de la Terre, s'il ne reſſentoit aucune impreſſion ni de ſa propre gravité ni de ſa chûte.

Enfin ſi vous ſuppoſés qu'il y ait un paſſage libre & perpendiculaire, par lequel le mobile en tombant de la ſurface de la Terre, puiſſe aller juſqu'au centre ; & delà juſqu'à la ſurface oppoſée ; il arrivera par cette hypothéſe, que ce mobile tombant, en quelque point du diametre de la Terre que ſa chûte commence, (comme ſur ſa ſurface au point A, emploïera préciſément ſix heures de tems à arriver au centre ; d'où il paſſera en remontant vers l'autre part en ſix autres heures, juſqu'à la ſurface oppoſée en B ; & de là retombant une autre fois, il ſera encore ſix heures à retourner au centre ; & ſix autres heures à remonter au lieu d'où il êtoit premiérement parti. De-ſorte qu'il parcourra deux fois le diamettre de la Terre tant en allant qu'en revenant préciſément en vint quatre heures.

Car ce mobile en tombant du point A, n'arrivera point au centre C, que le point Z, partant au même tems du même point A, ne ſoit arrivé par le mouvement de l'Equateur en D ; après avoir parcouru le quart du même Equateur A D, c'eſt-à-dire au bout de ſix heures : & comme les dégrez de vîteſſe acquiſe au point C, diminuënt en montant vers la ſurface oppoſée en B, en la même proportion inverſe de celle par laquelle ils s'êtoient augmentez en deſcendant de A vers C, en-ſorte que les eſpaces ſoient toûjours comme les ſinus verſes de l'Equateur, l'on pourra démontrer par un raiſonnement pareil à celui dont nous nous ſommes ſervis, que le mobile montant de C en B avec un mouvement compoſé du droit uniformement diminué & d'un circulaire uniforme & égal, décrira la circonférence du cercle C Q B, & qu'il ſera en Q lorsque Z ſera en T, & n'arrivera point en B, que lors-que Z aura parcouru l'autre quart de l'Equateur D T B, c'eſt-à-dire au bout de ſix heures. Ainſi le mobile tombant du point B en C, décrira la circonférence B R C dans le même tems que Z partant de B parcour-

ra le quart de l'Equateur B V Y. Et enfin le même mobile remontant de C en A, décrira la circonférence C S A pendant que le point Z paſſera en ſix heures le dernier quart de l'Equateur Y X A.

Et de cette maniére un mobile parcourroit deux fois en un jour le diametre entier de la Terre en allant & en revenant. Cette réciprocation journaliére d'allées & de retours dureroit éternellement, (par ce principe de mécanique, qu'une vertu une fois imprimée dans un corps y demeure d'elle même perpétuellement ſans en ſortir jamais, à moins qu'elle ne ſoit chaſſée par quelque cauſe externe ;) ſi la réſiſtance du dehors ne l'arrêtoit, & particuliérement celle de l'air ; qui diminuant inſenſiblement la vîteſſe de la chûte du mobile, la réduiroit à la fin au mouvement égal ou au néant, & le feroit arrêter au centre, où il demeureroit en repos.

Au reſte il paroît que cette ſuppoſition bannit de la Nature toutes ſortes de mouvemens par ligne droite.

Chapitre 3.1.5

Seconde pensée de Galilée pour expliquer l'augmentation de vîtesse au mouvement accéléré.

VOici maintenant l'autre maniére par laquelle Galilée explique la nature de cette augmentation de vîteſſe dans les corps qui tombent vers le centre de la terre. Il dit donc que le mouvement uniformement accéleré eſt celui dans lequel le mobile acquiert en chacun des momens égaux de ſa chûte, des dégrez égaux de vî-

teſſe. C'eſt-à-dire que la vîteſſe du mobile au ſecond tems, ſuppoſant que tout le tems de ſa chûte ſoit diviſé en parties égales,) eſt double de celle qu'il avoit au premier tems ; celle du troiſiéme tems triple de celle du premier, celle du quatriéme quadruple du même, & ainſi des autres.

Delà vient que les eſpaces parcourus, êtant en raiſon compoſée de celles des tems & des vîteſſes, ſont en raiſon doublée, ou comme les quarrez, des uns ou des autres. C'eſt-à-dire que l'eſpace parcouru en deux tems à commencner toûjours du premier point de ſa chûte, eſt quadruple de l'eſpace qui a êté paſſé dans le premier tems ; l'eſpace parcouru en trois tems ſera neuf fois plus grand que l'eſpace paſſé dans le premier ; l'eſpace en quatre tems ſera à celui du premier comme 16 à 1. Et ainſi du reſte, ſelon la ſuite des premiers quarrez.

Ce qui fait que les eſpaces parcourus dans des tems égaux ſont entr'eux dans la ſuite des premiers nombres impairs, 1 : 3 : 5 : 7 : 9 : 11 : &c. qui ſont les différences des premiers quarrez. Comme ſi l'eſpace parcouru dans le premier tems de la chûte eſt 1, l'eſpace paſſé dans le deuxiéme ſera 3 ou triple du premier : & l'eſpace du troiſiéme tems ſera 5 ; au quatriéme moment l'eſpace aura 7 : au cinquiéme 9 : & ainſi des autres à l'infini.

Chapitre 3.1.6

Explication des la meme pensée.

CEtte doctrine s'explique bien par le moïen d'un triangle, comme

A B C dont il faut couper un des côtez comme A B, en autant de parties égales que l'on veut comme A D : D E : E F : F B ; puis de chacun des points de diviſion D : E : F :, l'on méne deux lignes paralleles aux deux autres côtez du triangle comme D G, D K : E H, E L : F I, F M : & enfin les droites G M : H L : I K : paralleles à A B, qui paſſeront néceſſairement par les points N : O : P : où les autres lignes ſe coupent. Par cette interſection de lignes il ſe fait un bon nombre de triangles égaux & ſemblables tant entr'eux qu'au grand Triangle.

Ceci poſé : l'on prend toute la ligne A B pour la meſure du tems de la chûte d'un corps, & chacune des parties A D : D E : E F : F B : pour des momens égaux. Puis l'on prend la droite G D pour la meſure du premier dégré de vîteſſe aquiſe par le corps tombant dans le premier moment A D. ET puis-que, par l'hipothéſe, le mobile à chacun des momens égaux de tems acquiert des dégrez égaux de vîteſſe, la vîteſſe au ſecond moment pourra être déterminée par la ligne E H dans laquelle la ligne N H égale à G D eſt ajoûtée à la même G D ou à ſon égale E N, & la vîteſſe du 3 moment par la droite F I ; dans laquelle O I égale à G D, eſt ajoûtée à O F égale à E H ; ainſi la vîteſſe du quatriéme moment, ſera entenduë par la ligne B C où la droite K C égale à G D, eſt ajoûtée à B K égale à la précédente I F, & ainſi des autres.

Maintenant comme l'on entend que les vîteſſes & les tems croiſſent continuellement en même proportion depuis le point de la chûte A ; les produits de la compoſition des uns & des autres, qui font les eſpaces parcourus par le mobile, s'expliqueront bien par les triangles ; en-ſorte que l'eſpace paſſé dans le premier moment A D avec un dégré de vîteſſe D G ſoit le triangle A D G ; & l'eſpace paſſé dans le ſecond moment D E avec deux dégrez de vî-

teſſe E H ſoit le trapeze G D E H ; & l'eſpace du troiſiéme E F avec les trois dégrez de vîteſſe F I ſoit le trapeze E H I F ; & enfin l'eſpace du quatriéme moment F B avec les quatre dégrez de vîteſſe B C ſoit le trapeze B C I F.

Car il y a trois triangles dans le trapeze G D E H égaux & ſemblables au premier triangle A D G, cinq triangles dans le trapeze H E F I, & ſept dans le trapeze B C I F. En la même maniére que l'eſpace du premier moment êtant 1, celui du ſecond eſt 3, celui du 3 eſt 5, celui du quatriéme eſt 7 ; & ainſi des autres. C'eſt-à-dire que ces triangles, auſſi-bien que les eſpaces, ſont entr'eux dans la ſuite des premiers nombres impairs 1 : 3 : 7 : 9 : 11. &c.

D'où l'on peut conoître pour quelle raiſon Galilée appelle le mouvement uniformement accéléré, celui qui partant du point du repos, acquiert en tous les momens égaux de tems, des dégrez égaux de vîteſſe.

Chapitre 3.1.7

PROPRIETEZ DU MOUVEMENT ACCÉLÉRÉ.

CE mouvement ſur cette hypothéſe a des proprietez admirables, dont voici les principales.

1. Si un mobile eſt porté d'un mouvement égal & uniforme avec un dégré de vîteſſe égal à celui qu'il auroit aquis par le mouvement accéléré tombant d'une certaine hauteur en un certain tems ; il parcourra dans un tems égal, un eſpace double de celui qu'il avoit paſſé en tombant depuis le commencement de ſa

chûte. Car l'eſpace D G N E que le mobile paſſeroit d'un mouvement égal & uniforme dans le moment D E, avec le dégré de vîteſſe G D, eſt double de l'eſpace A D G qu'il a paſſé dans un moment égale, d'un mouvement accéléré depuis le point de ſa chûte A.

2. Un mobile porté ſur des plans diverſement inclinés, acquiert un même dégré de vîteſſe par tout où il y a même hauteur perpendiculaire.

3. Les tems qu'un mobile employe à paſſer ſur des plans égaux & diverſement inclinés, & qui ont même hauteur perpendiculaire, ſont entr'eux comme les longueurs des mêmes plans.

4. Les tems qu'un mobile employe à paſſer ſur des plans égaux & diverſement inclinez, ſœnt entr'eux en raiſon ſous doublée & reciproque de la hauteur prependiculaire des mêmes plans.

5. Dans un cercle élevé à plomb, un mobile eſt autant de tems à paſſer par le quart de cercle que par aucun de ſes arcs moindres que le quart.

6. Un mobile paſſera ſur les plans poſez ſuivant les cordes de tous les arcs du cercle qui commencent ou finiſſent à l'un des bouts du diametre perpendiculaire, dans le même tems qu'il parcourra le même diametre.

7. Le tems du mouvement du mobile au long de l'arc, eſt moindre que celui du mouvement du même mobile au long de la corde du même arc, quoi que l'arc ſoit plus grand que ſa corde ; &c.

Chapitre 3.1.8

Suites admirables des proprietés du mouvement

AU reſte quoi que le mouvement égal & uniforme, & celui qui eſt uniformement accéléré ſoient d'une nature ſi différente : l'on voit néanmoins naître d'eux les mêmes cercles & les mêmes ſphéres. Car ſi l'on

ſuppoſe une infinité de lignes droites ſe coupant toutes en un même point s'étendre de toutes parts, ſur leſquelles des mobiles partant du même point en même moment ſoient entendus ſe mouvoir tous d'un mouvement égal & uniforme ; ces mobiles ſe trouveront toûjours dans la circonférence de mêmes cercles qui peuvent être décrits & plus grans & plus grans à l'infini, autour de ce même point comme d'un centre ; & dont ces mêmes lignes droites ſeront les demi-diametres.

Mais ſi vous entendez que des mobiles, tombant en même moment du même point, ſointe portés vers le centre avec un mouvement uniformement accéléré au long des mêmes lignes ; ces mobiles ſe trouveront toûjours dans la circonférence des mêmes cercles & plus grans & plus grans à l'infini, qui ſe toucheront tous à ce même point immobile avec le plan horizontal, que l'on y fera paſſer ; & ces droites ſeront les cordes des arcs de ces cercles.

Au reſte comme il eſt difficile de comprendre qu'un mobile puiſſe d'abord acquérir un dégré de vîteſſe déterminé, ſans avoir paſſé par tous les dégrez précédens de moindre vélocité ; on peut ici juger pour quelle raiſon les Anciens ont êté perſuadez que les

ſentimens de Platon avoient quelque choſe de divin. Car ce Philoſophe dit ſur ce ſujet que Dieu ayant, peut-être, créé les Aſtres dans un même lieu de repos, les avoit laiſſé dans la liberté de ſe mouvoir en ligne droite & vers un même point, à la maniére des choſes péſantes qui ſont portées vers le centre de la terre, juſqu'à ce qu'ayant dans leur chûte paſſé par tous les dégrez de vîteſſe, ils euſſent acquis celui qui leur êtoit deſtiné, après quoi il avoit converti ce mouvement circulaire pour le rendre égal & uniforme, afin qu'ils pûſſent le conſerver éternellement.

Ce qu'il y a de plus admirable dans cette penſée, c'eſt que les proportions qui ſe trouvent entre les diſtances des Aſtres & les différences de la vîteſſe de leurs mouvements, ſe trouvent aſſez conformes aux ſuites de ce raiſonnement ; & qu'il ne ſeroit, peut-être, pas abſolument impoſſible de déterminer la ſituation de ce premier lieu de repos, d'où ils auroient tous commencé de ſe mouvoir.

Chapitre 3.1.9

Raisonnement sur les deux pensées de Galilée.

VOilà donc en peu de diſcours les deux opinions rapprotées par Galilée pour expliquer la nature du mouvement des corps qui tombent, leſquelles ſont fondées ſur des raiſons aſſés également probables, & marchent ſur des proportions ſi prochaines, qu'il eſt preſqu'impoſſible à l'eſprit humain de les diſcerner par l'expé-

rience, ou de les convaincre de faux dans les hauteurs qui ſont à nôtre connoiſſance.

Ce qui ſe confirme par la proximité des nombres dont on meſure les eſpaces qui ſe parcourent en l'une & en l'autre de ces hypothéſes dans les mêmes tems. Car ſi l'on ſuppoſe qu'il ſe faſſe un eſpace au premier moment ; il s'en fera 3 moins 112 au ſecond dans la premiére ſuppoſition, & ſeulement 3 dans la derniére ; au troiſiéme moment il ſe parcourra 5 moins 16 dans la premiére, & 5 dans l'autre ; au quatriéme l'eſpace ſera 7 moins 14 dans l'une, & 7 dans l'autre ; au cinquiéme moment il ſera 9 moins 13 dans l'une, & 9 dans l'autre ; & ainſi conſécutivement à l'infini. Où l'on voit que les différences ſont ſi petites & ſi peu reconnoiſſables dans les plus grandes hauteurs où nous pouvons faire les expériences, qu'il eſt moralement impoſſible de juger avec certitude de la vérité ou de la fauſſeté de l'une ou de l'autre de ces deux opinions.

Il eſt vrai néanmoins que Galilée, après avoir parlé de la premiére dans ſes Dialogues du Sysſteme du monde, d'une maniére à faire croire que ce ſur ſon véritable ſentiment, s'explique affirmativement ſur al derniére dans le livre du Mouvement qu'il a compoſé tout exprès pour ce ſujet ; où il aſſûre ſans balancer que cette hypothéſe eſt celle qu'il tient pour véritable & par la force de la raiſon & par la conformité de pluſieurs expériences.

Chapitre 3.2.1

Espéces différentes du mouvement de projection.

Ureſte il a faul dire la plûpart des choſes que nous avons expliquées ſur la nature du mouvement naturel que convient aux corps péſants qui tombent vers le centre de la Terre, pour bien comprendre ce que nous allons remarquer ſur la nature du mouvement violent, qui eſt le propre des Corps jettez, c'eſt-à-dire de ceux qui ſont portés par l'impreſſion d'une force qui leur eſt communiquée par une cauſe externe ; & pour faire connoître quelle eſt la ligne que ces corps jettés décrivent dans l'air par leur paſſage ?

Ce mouvement donc, que nous pouvons appeller mouvement de Projection, ſe fait perpendiculairement ou vers le haut ou vers le bas, ou bien horizontalement vers les côtez, ou enfin ſuivant quelque ligne de direction entre la perpendiculaire & l'horizontale.

Chapitre 3.2.2

Mouvement perpendiculaire en haut ou en bas.

CElui qui ſe fait perpendiculairement vers le haut eſt continuellement arrêté ou retardé par la péſanteur du corps jetté, laquelle entrainant continuellement ce corps en bas, fait que ſon mouvement va toûjours en diminuant, & qu'il ne dure que tant que la force de l'impreſſion qui le porte en haut, & qu'il a de la cauſe qui l'a jetté, ſe trouve ſupérieure à celle de ſe porter vers le bas, qui lui vient de ſa gravité : car le corps jetté ceſſe de monter au moment que les deux impreſſions deviennent égales, & il commence

à tomber auſſitôt que celle de la péſanteur commence à prévaloir ſur l'autre.

Où il faut remarquer que les eſpaces parcourus par le mobile jetté vers le haut ſont en proportion réciproque de ceux qui ſont parcourus dans les mêmes tems par le mobile tombant. C'eſt-à-dire que les vîteſſes diminuënt en montant en la même proportion inverſe qu'elles augmentent en deſcendant ; d'où il arrive que le même corps paſſe par les mêmes eſpaces dans des tems égaux en montant & en deſcendant.

Car ſi l'on entend que tout le tems qu'un mobile employe à monter, eſt diviſé en un certain nombre de praties égales, comme par exemple en cinq ; il eſt conſtant que ſi l'eſpace qu'il parcourt au premier tems contient 9 meſures, celui du ſecond tems en contiendra 7, celui du troiſiéme 5, celui du quatriéme 3, & enfin l'eſpace parcouru au cinquiéme ou dernier tems, n'aura que 1 de ces meſures, juſqu'au moment où il ſe trouve en équilibre ſans monter ni deſcendre : & qu'auſſi-tôt qu'il deſcend, il parcourt par proportion inverſe les mêmes eſpaces dans les mêmes tems ; c'eſt-à-dire qu'au premier tems il deſcend 1 meſure, au ſecond, 3, au troiſiéme 5, au quatriéme 7, & enfin au cinquiéme ou dernier 9 : mettant par ce moyen autant de tems préciſément à deſcendre qu'il en a employé à monter.

Le mouvement de projection fait à plomb vers le bas, reçoit une nouvelle impreſſion de vîteſſe par l'augmentation de celle que le corps acquiert par ſa ſeule gravité en tombant.

L'une & l'autre de ces projections perpendiculaires, ſoit en haut ſoit en bas, comparée à nous, ſe fait toûjours par une ligne droite, à laquelle la péſanteur du corps jetté n'altére rien quant à

la direction ; le changement qu'elle y apporte eſt ſeulement qu'elle accourcit la droite du mouvement vers le haut, & qu'elle allonge celle du mouvement vers le bas.

Chapitre 3.2.3

Mouvement de projection horizontale.

IL n'en eſt pas de même du mouvement des corps jettez horizontalement ou à côté ; car la péſanteur apporte beaucoup d'altération à la ligne de leur direction, laquelle ne peut pas demeurer droite ; au contraire elle devient courbe en changeant de route.

Et parce que nous ferons voir dans la ſuite, que cette courbe eſt une eſpéce de ligne réguliére, que les Géometres appellent ligne Parabolique, qui ſe fait ſur la ſurface d'un Cone coupé par un plan dont l'axe eſt parallele au côté du même Cone ; il eſt néceſſaire, avant de paſſer outre, de donner ici quelque connoiſſance de cette ligne & de quelques unes de ſes proprietez qui font à nôtre ſujet.

Chapitre 3.2.4

Naiſſance & proprietez de la ligne Parabolique.

SOit donc un Cone B A C, qui a le point A pour ſommet & le

cercle B G C F pour baſe, coupé premiérement par le ſommet A ſuivant le diametre de la baſe B C ; il eſt conſtant qu'il naîtra de cette coup le triangle A B C que l'on appelle le triangle par l'axe du Cone. Soit maintenant dans le plan de la baſe du Cone mené, de quelque point que ce ſoit, la droite F G coupant le diametre B C à angles droits, comme au point E ; d'où la ligne E D ſoit élevée dans le plan du triangle par l'axe, parallele au côté A C, & rencontrant en D l'autre côté A D du même triangle ; & ſoit entendu un plan mené par les droites D E : G F, il paroît que ce plan coupera le cone & qu'il tracera par cette ſection ſur ſa ſurface convexe, une ligne courbe G H D I F, qui eſt celle dont nous parlons, que les Anciens ont appellé ligne parabolique ; & Parabole la figure compriſe entre cette ligne courbe & la ligne droite G F ; dans laquelle parabole la ligne E D s'appelle l'axe, G F ; la baſe ou l'amplitude, & les droites comme H K & K I paralleles à la baſe, s'appellent les Ordonnées.

Les principales proprietez de cette figure, ſont que les portions de l'axe ſont entr'elles en raiſon doublée des ordonnées qui leur répondent. C'eſt-à-dire que la partie de l'axe E D eſt à la partie D K en raiſon doublée, ou comme le quarré de l'ordonnée G E au quarré de l'ordonnée H K. D'où vient que ſi G E eſt double de K H, la droite E D ſera quadruple de D K ; & ſi G E eſt triple de K H, E D contiendra D K neuf fois, & ainſi des autres.

L'autre proprieté eſt celle-ci : continuant l'axe E D, & prenant en dehors une portion comme D L, égale à D K ; ſi vous joignez les points H & L par une droite H L, elle touchera la ligne parabolique au point H.

Chapitre 3.2.5

La ligne de la projection horizontale est parabolique.

CEci poſé : pour rechercher quelle eſt la ligne des corps jettez horizontalement ? Imaginons nous qu'une boule de matiére uniforme, tres dure & parfaitement ronde, eſt miſe ſur un plan parfaitement dur & uni, & également éloigné de toutes parts du centre de la Terre. Il eſt premiérement certain que la boule ne touchera le plan qu'une un ſeul point, qui ſera dans la droite venant du centre de la Terre à celui de la boule ; & qu'elle demeurera en repos en cét état, dans lequel il n'y a point de raiſon qui la faſſe plûtôt mouvoir d'un côté que d'autre : car la matiére êtant égale & uniforme, les momens de péſanteur de ſes parties autour du centre ſont égaux.

Mais ſi elle reçoit impreſſion de quelque cauſe externe, qui la détermine vers quelque endroit ; il eſt encore vrai de dire que cette boule ſera muë, parce que cette force imprimée à ôté l'equilibre de ces momens des parties qui ſont autour de ſon centre : & que ſon mouvement ſera perpétuel ſi l'on ſuppoſe qu'il n'ait aucun empêchement de dehors ; parce qu'il n'y a rien au dedans qui puiſſe arrêter ou changer cette direction de ſes parties vers un endroit déterminé, laquelle lui a êté une fois imprimée.

De plus comme il eſt encore véritable qu'il n'y a rien de défini dans l'extenſion ou grandeur de cette force d'impreſſion qui a êté communiquée à la boule ; & que cette force a pû être plus grande & plus grande à l'infini : il eſt auſſi conſtant que la vîteſſe du mouvement de cette boule a pû être en la même maniére plus grande

& plus grande de l'infini ; & qu'elle a pû perſévérer toûjours dans un mouvement uniforme, avec ce dégré de vîteſſe.

Et c'eſt ainſi que l'on peut expliquer avec apparence, l'uniformité, l'égalité, & la durée perpétuelle du mouvement des Corps celeſtes, qui, peut-être, ont reçû dans le tems de leur création cette impreſſion de vîteſſe déterminée qu'ils conſervent toûjours également par leur mouvement circulaire, dans lequel ils ne trouvent aucun empêchement qui leur réſiſte.

Maintenant dans le tems que cette boule ſe meut ſuivant cette poſition, avec quelle vîteſſe que ce ſoit, ſur ce plan horizontal ; ſi nous concevons que ce plan qui la ſoûtient eſt ôté tout à coup, & que la boule ſoit laiſſée dans une entiére liberté de ſe mouvoir ſelon ſon inclination : il eſt vrai qu'elle contiuera ſon premier mouvement ſuivant l'impreſſion qu'elle avoit & vers la même part où elle alloit, lors-qu'elle ſe mouvoit ſur le plan : mais qu'à l'arrivée d'une nouvelle impreſſion que ſa propre gravité lui communique & dont l'effet êtoit auparavant arrêté par le plan, elle ſera contrainte de ſe détourner de la droiture de ſa direction, & de s'abbaiſſer inſenſiblement dans la ſuite de ſon mouvement.

Ainſi elle décrira dans ſon paſſage une ligne formée par ces deux mouvemens, dont l'un eſt égal & uniforme qui lui vient de la premiére impreſſion ; c'eſt-à-dire de l'impulſion du corps qui l'a pouſſée ; & l'autre eſt uniformement accéléré qui lui eſt communiqué par ſa propre péſanteur.

Et comme les eſpaces parcourus dans un mouvement égal ſont en même proportion que les tems, au lieu que ceux qui ſont parcourus dans un mouvement accéléré ſont en raiſon ſous doublée des mêmes tems ; il naît de la compoſition de ces deux mouve-

mens la même proportion qui ſe rencontre, comme nous avons dit ci-devant, contre les portions de l'axe & les ordonnées de la Parabole, qui par conſéquent eſt la nature de la ligne courbe que cette boule décriroit dans ſon paſſage, ou tout autre mobile qui ſeroit jetté horizontalement.

Comme ſi nous comprenons que le corps qui a êté jetté horizontalement ſuivant la ligne de direction A B, a parcouru dans le premier moment de tems l'eſpace A C par le mouvement égal de l'impluſion, & l'eſpace C F par le mouvement accéléré de ſa péſanteur ; il eſt conſtant que dans le ſecond moment, il parcourra l'eſpace C D égal au premier A C par le mouvement égal, & l'eſpace O G triple de C F par l'accéléré ; & que la toute D G ou A L ſera quadruple de C F ou A K. Ainſi dans le troiſiéme moment il paſſera l'eſpace D E égal à A C par le mouvement égal, & l'eſpace P H quintuple de C F par l'accéléré ; & la ligne E H ou A M ſera à C F ou A K comme 9 à 1. Enfin dans le quatriéme moment il parcourra l'e-

ſpace E B égal à A C par le mouvement égal, & Q I ſeptuple de C F par l'accéléré ; & B I ou A N ſera à C F ou A K comme 16 à 1. & ainſi des autres.

Et comme le mobile au premier moment ſe trouve par ces deux mouvemens au point F, au point G dans le ſecond, au point H dans le troiſiéme, & au point I dans le quatriéme ; il paroît que la courbe A F G H I ſera décrite par ſon paſſage ; dans laquelle la ligne A N êtant à A K comme 16 à 1 ; & à A B à A C, c'eſt-à-dire N I à K F, comme 4 à 1 ; le diametre ou l'axe A N, eſt à ſa portion A K en raiſon doublée de celle de l'ordonnée N I à l'ordonnée K F. Ainſi la raiſon de A M à A K qui eſt de 9 à 1, eſt doublée de celle M H à K F, c'eſt-à-dire de A E à A C qui eſt de 3 à 1. Et celle de A L

à A K qui eſt de 4 à 1, doublée de celle L G à K F, c'eſt-à-dire de A D à A C qui eſt de 2 à 1. Et partant que la courbe A F G H I décrite par le paſſage du mobile jetté horizontalement, eſt celle que l'on appelle ligne Parabolique, dont le ſommet eſt A, l'axe eſt à A N, & les ordonnées ſont K F : L G : M H : N I, &c.

Chapitre 3.2.6

Les lignes des projections obliques sont aussi paraboliques.

NOus pouvons avec un raiſonnement ſemblable faire voir que les projections qui ſe ſont obliquement & ſuivant des directions inclinées entre l'horizotale & la perpendiculaire, décrivent des lignes Paraboliques auſſi bien que les projections horizontales.

Car nous ſervant de la même figure, ſi nous menons la droite I P continuée de part & d'autre qui touche la parabole A G I en I, & coupe ſon axe N A prolongé en P. Il eſt premiérement conſtant, (parce que nous avons remarqué ci-devant pour une des pricipales proprietez de la ligne Parabolique,) que la ligne A P ſera égale à A N ou B I, & la droite A D égale à D B, & continuant F C en O, la droite I P ſera coupée en portions égales aux points 7 : D : O, comme la droite A B l'eſt aux points C : D : E.

Maintenant ſi nous entendons qu'un mobile ſoit pouſſé ſuivant la direction de la ligne I P par une puiſſance qui ſoit d'autant plus grande que celle qui le pouſſoit ſuivant la direction horizontale A B, que l'inclinée I P eſt plus grande que l'horizontale A B ; c'eſt-

à-dire que la vîteſſe imprimée à ce ſecond mobile ſoit à la vîteſſe imprimée au premier comme I P eſt à A B : il ſera vrai de dire, en faiſtant abſtraction de la péſanteur, que ce mobile parcourra, d'un mouvement uniforme & égal, toute la longueur I P au même tems que le premier a parcouru la longueur A B, & que le ſecond paſſera par les eſpaces égaux I 7 : 7 : D : D O : O P : dans les mêmes tems que le premier a paſſé par les eſpaces égaux de l'horizontale A C : C D : D E : E B. Mais dans le tems que le premier de ces mobiles a paſſé d'un mouvement égal l'eſpace A C, il eſt deſcendu par ſa propre gravité, d'un mouvement accéléré, de la longueur de la ligne A K ou C F. Donc, dans le tems que ce ſecond mobile paſſera d'un mouvement égal par l'eſpace I 7, il deſcendra d'un mouvement accéléré de la même hauteur perpendiculaire A K ou 7 H. Et en deux tems parcourant d'un mouvement égal les deux eſpaces I D, il deſcendra, par le mouvement accéléré de ſa péſanteur, à la hauteur perpendiculaire A L ou D G. Ainſi en trois tems il paſſera également les trois eſpaces I O, & l'eſpace A M ou O F par l'accéléré. Et en quatre tems les quatre eſpaces I P par le mouvement égal, & l'eſpace A N ou A P par l'accéléré. C'eſt-à-dire que l'eſpace perpendiculaire 7 H égal à A K étant 1 ; D G égal à A L ſera 4 ; O F égal à A M ſera 9 ; A P égal à A N ſera 16 ; &c. Et partant ce ſecond mobile décrira par ces deux mouvemens la ligne courbe I H G A. Mais cette courbe eſt la même Parabolique que le premier des mobiles porté horizontalement, a décrite, (ainſi que je vais le faire voir.) Donc la ligne décrite par un mobile jetté ſuivant une direction oblique entre la perpendiculaire & l'horizontale, comme ſuivant la direction de la droite I P, eſt une ligne Parabolique.

Pour connoître que la Courbe I H G F A eſt la parabole tracée par le mobile porté ſuivant l'horizontale A B ; il ne faut que conſi-

dérer que les lignes A C : C D : D E : E B : êtant égales, la droite A P êtant de 16 parties, G O ſera de p. 8. Mais O F eſt de p. 9 ; donc le reſte C F ſera de p. 1. Ainſi B I égal à A P eſt auſſi de p. 16, & partant E 7 eſt de p. 8 ; & 7 H êtant de p. 1 ; la toute E H eſt de p. 9. Donc C F ou A K êtant p 1 ; D G ou A L eſt p. 4 ; E H ou A M p. 9, & B I ou A N eſt p. 16. Comme A C ou K F êtant 1 ; A D ou L G eſt 2 ; A E ou M H eſt 3 ; & A B ou N I eſt 4. Où l'on voit que les portions de l'axe A N ſont entr'elles comme les quarrez des ordonnées & que la courbe parabolique I H G F A, décrite par le ſecond mobile ſuivant la direction oblique I P, eſt la même que la courbe parabolique A F G H I, décrite par le premier des mobiles ſuivant la direction horizontale A B. Ce qu'il faloit démontrer.

Le ſommer de l'une & l'autre de ces paraboles êtant en A, l'on pourra faire voir que la projection oblique ſuivant I P êtant continuée décrira la même parabole de l'autre part. Car prenant les eſpaces P Q : Q R égaux à P O : O D & menant les droites Q T X : R S V paralleles à l'axe A P ; le portions A T, T S ſeront auſſi égales aux portions A C, C D ; & la droite A P êtant de p. 16 ; Q T ſera de p. 24, & R S de p. 32.

Maintenant ſi l'on entend que le mobile partant du point I ait paſſé en quatre tems la droite I P par le mouvement égal, & ſoit deſcendu de toute la longueur perpendiculaire P A de p. 16 par le mouvement accéléré de ſa péſanteur ; il paſſera la droite I Q en cinq tems par le mouvement égal, & deſcendra cependant de la hauteur perpendiculaire Q X de p. 25 par l'accéléré ; & en ſix tems il parcourra I R également & la hauteur R V de p. 36 par ſa péſanteur. Otant donc la longueur Q T ou p. 24, de toute Q X de p. 25, & la longueur R S ou p. 32 de R V ou p. 36 ; il reſtera p. 1 pour T X & p. 4 pour S V ; c'eſt-à-dire que TX ſera égale à A K ou

C F. S V à A L ou D G. Ce qui marque que la courbe qui paſſe par les points X & V décrite par le mobile jetté du point I ſuivant la direction oblique I P R ; eſt la même que celle qui paſſe par F & G c'eſt-à-dire la même parabole continuée.

Poſons maintenant que le mobile partant du point I ſuivant la direction P I, eſt porté en bas vers I. 2 ; je dis que la ligne courbe I. 3. 4 qu'il décrira par ſon paſſage, eſt auſſi la même parabolique A F G I continuée.

Car prenant dans la ligne P I continuée en bas les eſpaces I 1, 1. 2 égaux à I 7, 7 D, & menant les droites 3. 1. Y : 4. 2. Z paralleles à I B c'eſt-à-dire à l'axe A N, qui couperont l'horizontale A B prolongée, & feront les portions B Y, Y Z égales aux portions B E, E D. Il eſt conſtant que le mobile pouſſé avec la même force en bas, parcourra d'un mouvement égal les eſpaces I. 1, 1. 2 en même tems qu'il a parcouru en haut les eſpaces égaux I 7, 7 D ; & que lors qu'il aura paſſé le premier eſpace I 1 par le mouvement égal ; il ſera deſcendu par le mouvement accéléré de ſa gravité, de la hauteur perpendiculaire 1. 3 égale à 7 H où A K de p. 1, & qu'il deſcendra de la hauteur 2. 4 égale à D G ou A L de p. 4 par le mouvement de ſa péſanteur, quand il aura paſſé en deux tems les deux eſpaces I. 1, 1. 2 par le mouvement égal. Maintenant dans le triangle D 2 Z, la droite I B étant de p. 16, Y 1 ſera de p. 24 ; & Z 2 de p. 32 ; & partant la toute Y 3 ſera de p. 25, & Z 4 de p. 36. C'eſt-à-dire que les points I : 3 : 4 : ſeront dans la parabole A F G H I continuée, puis-que la droite Z 4 c'eſt-à-dire la portion du diametre A 6 de p. 36, eſt à la portion A K de p. 1, comme le quarré de A Z ou de l'ordonnée 6. 4, eſt au quarré de A C ou de l'ordonnée K F.

Chapitre 3.2.7

Maniére de mesurer les différens dégrés de la force imprimée au mobile jetté.

IL paroît tout ce raiſonnement que les paraboles ont d'autant plus d'étenduë que la force ou la vîteſſe imprimée au mobile porté ſuivant une direction horizontale, eſt plus grande. Et comme cette vîteſſe peut être plus grande en une infinité de maniéres différentes ; Galilée n'a point trouvé de moien plus aſſûré pour les réduire ſous des meſures connuës, qu'en ſuppoſant que le mobile a aquis cette force ou ce dégré de vîteſſe en tombant d'une certaine hauteur. Car puis-qu'un mobile en tombant aquiert à chaque moment de ſa chûte un nouveau dégré de vîteſſe, il n'y a point de vîteſſe ſi grande, à laquelle le mobile ne puiſſe arriver, ſuppoſé qu'il n'y ait point d'empêchement du dehors ; ainſi la différence des dégrez de vîteſſe peut-être commodément entenduë par la différence des hauteurs d'où l'on peut ſuppoſer que le mobile eſt tombé.

Pour bien entendre ceci, il faut dans la figure dont nous nous ſommes ſervis, mener les droites N D & D 8 en-ſorte que l'angle N D 8 ſoit droit, afin que A D ſoit moïenne Geometrique entre A 8 & A N, & 8 D moïenne entre 8 A & 8 N. Ceci poſé Galilée dit que ſi l'on entend que le mobile ſoit tombé perpendiculairement du point 8 en A, & que ſon mouvement ſoit en-ſuite converti en mouvement égal ſuivant la direction horizontale A B, avec le dégré de vîteſſe aquis par ſa chûte ; il décrira par ſon paſſage la parabole A F G H I.

Car comme les eſpaces parcourus par un mobile tombant ſont entr'eux en raiſon doublée de celle des tems de leur chûte ; ſi nous prenons la droite 8 A pour meſure du tems que le mobile a employé à paſſer l'eſpace 8 A en deſcendant du point du repos 8 : cette ligne ſera à celle qui eſt la meſure du tems que le mobile employera à paſſer l'eſpace A N en deſcendant du point de repos A, en raiſon doublée de celle que la même ligne 8 A a, à la droite A N : c'eſt-à-dire que le quarré de la droite, 8 A ſera au quarré de cette droite, comme la même 8 A eſt à A N. Mais comme 8 A eſt à A N, ainſi le quarré de 8 A eſt au quarré de A D. 1 Donc la droite A D ſera la meſure du tems du paſſage du mobile par l'eſpace A N.

Maintenant comme il a été démontré par Galilée, qu'un mobile porté d'un mouvement égal avec un dégré de vîteſſe aquis en tombant de quelque hauteur, parcourt dans un tems égal à celui de ſa chûte, un eſpace double de celui qu'il a parcouru en tombant : c'eſt-à-dire que le mobile porté d'un mouvement égal ſuivant la direction A B, avec le dégré de vîteſſe aquis par ſa chûte ud point de repos 8 en A, parcourt dans le tems 8 A un eſpace double de la droite 8 A ; il s'enſuit que dans le tems A D il parcourra avec la même vîteſſe une eſpace double de la droite A D ; c'eſt-à-dire l'eſpace A B ou N I. Mais nous venons de faire voir que le même mobile partant du point de repos A, paſſoit en deſcendant l'eſpace A N dans le même tems A D. Donc dans le tems qu'il parcourra horizontalement la droite A B d'un mouvement égal, il deſcendra de toute la hauteur A N du mouvement accéléré ; & par la compoſition de ces deux mouvemens il décrira la Parabole A F G H I ; car on ne ſauroit mener d'autre parabole que celle-là qui paſſe par les points A & I.

Où l'on voit que les vîteſſes ou les forces aquiſes ou imprimées êtant entr'elles en même raiſon que les tems, la vîteſſe ou la force aquiſe par la chûte 8 A, c'eſt-à-dire la force ou la vîteſſe du mouvement horizontal êtant meſurée par la droite A 8, la meſure de la force ou de la vîteſſe aquiſe au point N par la chûte A N ſera la droite A D.

Nous avons dit ci-devant qu'une force ou vîteſſe qui ſeroit à la force ou vîteſſe horizontale comme la touchante I P eſt à la touchanqe A B ou N I ; c'eſt-à-dire comme D P eſt à D A ; porteroit le mobile en montant ou en deſcendant ſuivant la direction I P par les points de la même parabole A F G H I. Pour déterminer quelle eſt cette force, ſuppoſé que l'horizontale A B ſoit meſurée par la droite A 8 ? il faut raiſonner en cette maniére.

La droite A N êtant égale à A P, les deux D P & D N ſont auſſi égales ; & partant A D eſt à D N, comme la vîteſſe horizontale A B eſt à la vîteſſe ſuivant la touchante I P ; mais comme A D eſt à D N, ainſi A 8 eſt 8 D. Donc A 8 eſt à 8 D, comme la force horizontale eſt à l'inclinée par I P : Maintenant poſant la droite A 8 pour meſure de l'eſpace que le mobile a parcouru en tombant pour acquérir la force horizontale A 8, elle ſera à l'eſpace qu'il faudra qu'il parcoure pour aquérir la force inclinée 8 D, en raiſon doublée de la ligne A 8 à 8 D, c'eſt-à-dire comme A 8 eſt à 8 N ; & partant l'étenduë 8 N ſera celle de la chûte du mobile pour aquérir la force ou la vîteſſe 8 D. Donc la force horizontale A B ayant été aquiſe par la chûte 8 A, la force inclinée I P ſera aquiſe par la chûte 8 N.

Galilée appelle dans cette parabole A F G H I, la droite A N la hauteur, N I la moitié de ſon amplitude, & 8 A la ſublimitié : où l'on voit que la hauteur & la ſublimité jointes enſembles ſont la

meſure de l'eſpace qu'il faut que le mobile parcoure en tombant pour aquérir la force qu'il doit avoir pour décrire la même parabole ſuivant la tangente menée à l'extrémité de ſon amplitude. L'on voit deplus que la moïenne Géometrique entre la hauteur & la ſublimité d'une parabole eſt égale au quart de ſon amplitude.

Ainſi continuant la droite I B juſqu'en 9, en ſorte que B 9 ſoit égale à A 8 comme B D eſt égale à A D ; la droite B D ſera moïenne entre I B & B 9 ; & le demi-cercle fait ſur le diametre I 9, paſſera par le point D ; & dans ce demi-cercle, B 9 ſera la ſublimité de la même parabole, décrite ſuivant la direction horizontale, B I ſera la hauteur, & B D le quart de l'amplitude. Et le diametre entier I 9 ſera la ſublimité de la même parabole décrite ſuivant la direction de la touchante I P.

Chapitre 3.2.8

PROPORTION DES AMPLITUDES DES PARABOLES & DES SINUS DU DOUBLE DES ANGLES DE LEURS TOUCHANTES.

CEci poſé : ſoit un demi cercle A D B, ſur le diametre perpendiculaiire A B, dont le centre eſt C ; lequel ſoit touché en A par la ligne horizontale A L. Et ſoient menées dans le demi-cercle des droites A H : A D : A G du point A ; & les droites H F, D C, E G perpendiculaires du diametre A B. En-ſuite ſoit décrite la parabole A M O dont la hauteur N M ſoit égale à la droite A F & l'amplitude A O ſoit, quadruple de la droite F H ; la parabole A I L, dont la hauteur K I ſoit égale à A C, & l'amplitude A L quadruple de la droite D C ; & enfin la parabole A P O, dont la hauteur N P ſoit égale à

A E, & l'amplitude A O quadruple de la droite E G. Puis ſoient menées dans le demi-cercle les lignes H C : H B : & G C : G B.

Il eſt manifeſte par ce que nous avons démontré ci-devant que la ligne

B F eſt la ſublimité & A F ou N M la hauteur de la parabole A M O ; c'eſt-à-dire qu'un mobile porté d'un mouvement égal du point M horizontalement avec une force aquiſe par la chûte B F décrira la parabole A M O. Ainſi la ſublimité de la parabole A I L eſt B C & ſa hauteur à A C ou K I ; comme la ſublimité de la parabole A P O eſt B E & ſa hauteur. A E ou N P. D'où il s'enfuit que les mêmes paraboles ſeront décrites par des mobiles portés également avec une force aquiſe par la chûte B A ſuivant les differents inclinations des touchantes A H : A D : A G. C'eſt-à-dire que la parabole A M O ſera décrite par le mobile porté également ſuivant la touchante A H avec la vîteſſe qu'il aura aquiſe en tombant du point B en A. Et la parabole A I L ſera décrite par le mobile porté également ſuivant la touchante A D avec la même vîteſſe B A. Et enfin la parabole A P O par le mobile ſuivant la touchante A G, avec la même force ou vîteſſe B A.

Et comme les amplitudes de chacune des paraboles ſont quadruples des droites F H : C D : E G : il s'enſuit.

Chapitre 3.2.9

Suites de cette Proportion.

QUe de toutes les paraboles faites avec une même impreſſion de

viteſſe, la plus grande eſt celle dont le mobile eſt porté ſuivant la direction d'un angle demi droit ou de 45 dégrez ; ce qui a êté premiérement remarqué par Tartaglia, ainſi que nous l'avons dit ci-devant. Car ſi nous ſuppoſons que l'angle L A D, qui eſt l'inclination ſuivant laquelle la parabole A I L a été faite, eſt de 45 dégrez ; la ligne D C perpendiculaire au diametre A B, ſera egale au demi diametre du même Cercle A D B ; & par conſéquent elle ſera plus grande qu'aucune autre perpendiculaire au même diametre comme H F ou G E ; d'où il arrire que le quadruple de C D, c'eſt-à-dire l'amplitude A L de la Parabole A I L, ſera plus grande que le quadruple d'aucune autre perpendiculaire comme F H ou G E, c'eſt-à-dire que l'amplitude d'aucune autre Parabole comme A M O ou A P O.

2. Que les Paraboles décrites ſuivant des inclinations également éloignées au-deſſus ou au-deſſous de l'angle de 45 dégrez ſont égales d'amplitude. Ce qui a été remarqué par pluſieurs & particuliérement par Diego Ufano, comme nous l'avons fait voir ci-devant. Car ſuppoſant que les arcs D H & D G ſoient égaux, les droites H F & G E ſeront auſſi égales, & leurs quadruples A O ; c'eſt-à-dire l'amplitude de la Parabole A M O & de la parabole A P O faites ſur les inclinations A H & A G.

3. Comme les perpendiculaires ſur le diametre du cercle vont toûjours en augmentant depuis le point A juſqu'en D, & que delà elles vont toûjours en diminuant juſqu'au point B ; il s'enſuit que les Paraboles produites par les mobiles portés d'une même vîteſſe ſuivant les inclinations depuis l'horizontale A L juſqu'à celle de l'angle demi droit A D, vont toûjours en augmentant d'amplitude ; comme au contraire celles qui ſe font ſuivant les in-

clinations depuis l'angle demi droit A C. juſqu'à la perpendiculaire A B vont toûjours en diminuant.

4. La droite H F eſt le ſinus de l'angle au centre A C H, double de l'angle à la circonférence A B H qui eſt égal à celui de l'inclination L A H. Ainſi la droite C D eſt le ſinus de l'angle droit double de celui de l'inclination L A D. Et la droite G E eſt le ſinus de l'angle au centre A C G double de l'angle à la circonférence A B G qui eſt égal à celui de l'inclination L A G. Et comme les amplitudes A A O, A L, des Paraboles A M O, A P O, A I L, ſont entr'elles comme les lignes F H, C D E G dont elles ſont quadruples ; il s'enſuit que les amplitudes des Paraboles faites par un mobile porté d'une égale impreſſion de vîteſſe, ſuivant des angles différens d'inclination, ſont entr'elles comme les ſinus du double des mêmes angles. Ainſi l'amplitude A L de la Parabole A I L faite ſuivant l'angle demi droit L A D, eſt à l'amplitude A O de la parabole A M O fait avec la même impreſſion de force ſuivant l'angle L A H, comme la droite CD ſinus de l'angle droit, double du demi droit L A B, eſt à la droite F H ſinus de l'angle A C H, double de l'angle L A H. Et la même amplitude A L de la Parabole A I L eſt à l'amplitude A O de la parabole A P O, comme la droite C D ſinus du double de l'angle L A D, eſt à la droite E G ſinus du double de l'angle L A G, & ainſi des autres.

Livre 3.3

Démonſtration des pratiques de l'Art de jetter les Bombes. Et premiérement pour les jets dont l'étenduë eſt au niveau des Batteries, & par le moïen des ſinus.

Ette propoſition eſt le fondement de la plûpart des Pratiques que nous avons expliquées das la deuxiéme partie de ce Livre, & que nous allons maintenant examiner l'une après l'autre.

Chapitre 3.3.1

Pour trouver l'étenduë d'un coup sur une élévation donnee.

LA premiére de toutes eſt claire d'elle-même : car ſuppoſant que l'on ait fait l'épreuve d'une piéce ou d'un mortier ſous un angle d'élévation connuë, & connoiſſant exactement ſa portée ; pour connoître celle de la même piéce ou du même mortier avec la même charge ſous une autre élévation ; il ne faut, ſuivant la pratique expliquée au premier Chapitre du premier Livre de la ſeconde Partie, que faire une régle de Trois dont le premier terme ſoit le ſinus du double de l'angle de l'élévation ſur laquelle on a fait l'épreuve, le

ſecond ſoit le ſinus du double de l'angle de l'élévation propoſée, & le troiſiéme ſoit la portée connuë par l'épreuve ; & par la régle, le quatriéme proportionel ſera l'étendüe de la portée que l'on demande. Comme ſi l'épreuve ayant êté faite ſous l'angle de l'inclination L A H de 30 dégrez vous avez 1000 toiſes ou 1000 autres meſures pour la portée de vôtre piéce, c'eſt-à-dire pour l'amplitude A O de la parabole A M O ; pour ſavoir quelle ſera la portée de la même piéce élevée à l'angle L A D de 45 dég., c'eſt-à-dire pour connoître l'amplitude A L de la parabole A I L ; il ne faut que prendre pour premier terme le ſinus du double de l'angle

L A H c'eſt-à-dire le ſinus de l'angle A C H ou la droite F H qui eſt de 8660 parties, ſuppoſé que le ſinus total ſoit C D de 10000 parties ; pour ſecond terme la droite CD de 10000 parties, c'eſt-à-dire le ſinus du double de l'angle L A D ; & l'amplitude A O de 1000 toiſes pour troiſiéme ; afin d'avoir pour quatriéme terme proportionel l'amplitude A L de 1155 to. ou meſures ; & cela parce que l'amplitude A O eſt à l'amplitude A L comme le ſinus H F eſt au ſinus C D.

Si l'angle de l'inclination propoſée eſt plus grand que le demi droit, il ne faut pas le doubler pour avoir le ſinus, mais il faut prendre le ſinus du double de ſon complement à l'angle droit. Comme ſi l'on a propoſé l'élévation de la piéce ou du mortier à l'angle L A G de 50 dégrez : il faut prendre E G ſinus de 50 dégrez double de 40 dég. complement à l'angle droit du propoſé de 50 dégrez.

Chapitre 3.3.2

Pour trouver l'angle de l'élévation pour une étenduë donnée.

SI l'on propoſe une étenduë qui ne ſoit pas plus grande que celle de la piéce élevée à 45 dég. ; il faut, comme il a êté dit au ſecond Chapitre du premier livre de la ſeconde partie, prendre pour premier terme de la régle de Trois l'étenduë de la portée connuë par l'épreuve, pour ſecõd terme l'êtenduë que l'on demande, & pour troiſiême le ſinus du double de l'angle de l'inclination ſur laquelle l'êpreuve a êté faite ; afin d'avoir pour quatriéme

proportionel le ſinus du double de l'angle qu'il faudra donner à la piéce. Ainſi pour avoir la portée, c'eſt-à-dire l'amplitude A Q de 800 meſures ; il faut prendre pour premier terme l'amplitude A O de la parabole A M O de 1000 meſures faite ſuivant l'angle O A H de 30 dégrez, pour ſecond terme l'amplitude A Q de 800 meſures que l'on demande ; la droite F H ſinus du double de l'angle O A H de 8660 parties pour troiſiéme terme, afin d'avoir pour quatriéme proportionel, la droite C D de 6928 parties ſinus de l'angle A L C de 43. 52′ double de ce que l'on demande Q A C de 21. 56′, ou de ſon complement à l'angle droit Q A E de 68 4′. Car la piéce ou le mortier élevé en l'un ou en l'autre de ces deux angles donnera la même amplitude propoſée A Q des Paraboles A K Q ou A P Q. Et par tout l'on voit que ces amplitudes A O & A Q ſont entr'elles comme les droites F H & D C.

Chapitre 3.3.3

Démonstration de la Table des Sinus servans au jet des Bombes.

LA Table qui ſuit, & qui eſt rapportée au troiſiéme Chapitre du premier Livre de le ſeconde partie, n'eſt que pour ſoulager ceux qui auroient peine à rechercher en toutes rencontres les ſinus du double des angles propoſés pour l'élévation du mortier ou de la piéce ; puis-qu'elle contient les mêmes ſinus qui répondent aux angles propoſés, ſans qu'il ſoit beſoin de rien doubler. Ce qui a êté nettement expliqué dans le diſcours de la conſtruction de la table, où j'ai dit que les nombres qui y répondent à chaque dég. êtoient

ceux qui ſe trouvent dans la table ordinaire des ſinus au droit des angles doubles de ceux-ci ; & que le nombre par exemple de 349 répondant au premier dég. dans cette Table, étoit celui qui répondoit à 2 dégrez dans celle des ſinus ; & le nombre 698 répondant dans celle-ci à 2 dég., êtoit le ſinus de 4 dégrez ; ainſi le nombre 6428 répondant à 20 dég. eſt le ſinus de 40 dég., & ainſi des autres.

Ce qui fait que propoſant un angle & prenant le nombre qui lui répond dans cette table, vous prenez tout d'un coup le ſinus de ſon double. Ce qui ſe connoît par les exemples rapportés ſur ce ſujet, dans leſquels les nombres ſont par tout les mêmes que ceux qui ſont trouvés par la pratique des ſinus. Ce qui n'a point beſoin de plus longue explication.

Il en eſt de même de la table qui répond à celle que j'ai expliquée dans la premiére partie de ce Traite ſur la doctrine de Diego Ufano ; car j'ai calculé cette table ſur celle-ci, en-ſorte que tous les nombres de l'une ſont proportionels aux nombres de l'autre.

Chapitre 3.3.4

Démonstration de la Table des hauteurs des jets pouſſez d'une même force.

IL n'eſt pas plus mal aiſé de démontrer la conſtruction & l'uſage de la Table que nous avons rapportée au ſixiéme Chapitre du premier Livre de la ſeconde partie ſous le nom de Table des hauteurs des jets pouſſez d'une même force dont la plus grande porté eſt

10000 ; & dont les nombres ſont, ainſi que nous avons dit, chacun égal au quart des ſinus verſes du double des angles de l'inclination du mortier. Car ſi dans cette figure, nous conſidérons que la hauteur N M de la demiparabole A M, faite ſous l'angle de l'inclination N A H & avec la force aquiſe par la chûte depuis le point B, eſt égale à la droite A F, qui dans le demi-cercle fait ſur le diametre A B eſt le ſinus verſe l'angle au centre A L H double de l'angle à la circonférence A B H égal à celui de l'inclination N A H : que la hauteur G K de la demi-parabole A K faite ſous l'inclination G A C avec la même force aquiſe par la chûte du point B, eſt égale à la droite A D qui dans le même demi-cercle eſt le ſinus verſe de l'angle A L C double de celui de l'inclination G A C : & qu'enfin la hauteur G P de demi-parabole A P

faite ſous l'inclination G A E avec la même force, eſt égale à la droite A I ſinus verſe de l'angle au centre A L E double de celui de l'inclination G A E, & ainſi des autres. Nous pouvons dire que les hauteurs des jets pouſſez de même force ſont entr'elles comme les ſinus verſes du double des angles de leur inclination ; & comme nous avons ſuppoſé que la plus grande portée êtoit 10000, il s'enſuit que la plus grand hauteur A B moitié de la même portée n'eſt que de 5000 ; & partant A L rayon ou ſinus total de cette Table ſeulement de 2500, c'eſt-à-dire le quart de 10000 que l'on donne au même rayon dans la Table ordinaire des ſinus. Ce qui fait que nous avons eu raiſon de dire que tous les nombres de la Table des hauteurs ſont chacun le quart de ceux des ſinus verſes du double des angles de l'inclination du mortier.

Chapitre 3.3.5

Démonſtration de la Table des hauteurs & ſublimitez des jets de même étenduë, & de celle de la force qu'il faut donner aux jets de même étendue en toutes ſortes d'élévation.

POur bien entendre la conſtruction de l'autre Table que nous avons raportée dans le même Chapitre ſous le nom de Table des hauteurs & des ſublimitez des jets dont l'étendue en toutes ſortes d'élévation eſt toûjours la méme, poſée de 10000 parties ; & dont les nombres ſont, ainſi que nous avons dit, pour les hauteurs chacun égal au quart des tangentes des angles d'élévation marquées dans la Table ordinaire des ſinus, & pour les ſublimitez chacun égal au quart des tangentes de complement des mêmes angles. Il faut premiérement dans cette figure, où l'étenduë horizontale donnée A B eſt partagée également en C, & A C auſſi également en D, mener des points A, D, C, des droites comme A N, D L, C Q, perpendiculaires à A B. Puis ayant pris ſur A N la droite A G égale à A D, faire du centre G & intervalle G A, le cercle K H A qui touchera la ligne D C au bout H du rayon G H parallele à A C ; & ſi l'on mene la droite A H ; l'angle C A H ſera de 45 dég. & la parabole du point A ſuivant

la direction A H avec la force meſurée par A K aura la droite A B pour amplitude, A G ou C P pour ſa hauteur & K G pour ſa ſublimité : car toutes ces choſes ont êté démontrées ci-devant. Par la même raiſon ſi menant du point A une autre droite A E faiſant l'angle de l'inclination B A E, je tire la droite E R perpendiculaire à A E & coupant A N en R ; j'aurai A R diametre du cercle A E R qui paſſera par le point E, d'où menant F E O parallele à A B,

l'amplitude de la parabole décrite par le mobile pouſſé du point A ſuivant l'inclination B A E & avec la force imprimée par la chûte du point R, ſera la même A B quadruple de A D, ſa hauteur ſera A F ou C O, & ſa ſublimité R F. Ainſi faiſant une autre inclination B A L & menant la droite L N perpendiculaire à A L, nous aurons A N diametre d'un cercle qui paſſera par le point L, d'où menant la ligne M L Q, nous pouvons dire que la parabole décrite par un mobile pouſſé ſuivant l'inclination B A L avec la force imprimée par la chûte du point N, aura la même amplitude A B, la droite A M ou C Q pour ſa hauteur, & N M pour ſa ſublimité ; & ainſi des autres.

Il faut maintenant conſidérer dans le triangle rectangle A H K, que poſant la droite G H ou A D pour ſinus total ; la ligne G A hauteur de la parabole A P B ſera la tangente de l'angle G H A qui eſt celui de l'inclination ; & la ligne K G ſublimité de la même, ſera la tangente de l'angle G H K complement de celui de l'inclination G H A, ou B A H. Ainſi dans le triangle rectangle A E R, poſant la droite E F égale à A D pour ſinus total, la ligne A F ou C O hauteur de la parabole A O B ſera la tangente de l'angle de l'inclination A E F ou B A E ; & la ligne R F ſublimité de la même, ſera la tangente de l'angle R E F complement de celui de l'inclination A E F. Enfin dans le triangle rectangle A L N, poſant la doirte L M égale à A D pour ſinus total, la droite A M ou C Q hauteur de la parabole A Q B eſt la tangente de l'angle A L M ou de ſon égal l'angle de l'inclination B A L ; & la droite N M ſublimité de la même, eſt la tangente de l'angle M L N complement de M L A ou B A L. Et comme on peut faire le même raiſonnement ſur tous les angles d'inclination poſſibles ; il eſt aiſé de faire voir que la même droite A D pouvant toûjours étre poſée pour ſinus total, toutes les

hauteurs des paraboles de même amplitude ſeront les tangentes de tous

les angles égaux à ceux de l'inclination ; & toutes les ſublimitez des mêmes paraboles ſeront les tangentes de complement des mêmes angles.

Deſorte que ſi nous avions pris la droite A D égale au ſinus total de la Table ordinaire des ſinus, tangentes & ſécantes qui eſt de 10000 parties, nous aurions pû nous ſervir pour les nombres de nôtre Table des hauteurs & ſublimitez, de ceux des tangentes des angles de la Table ordinaire des ſinus pour les hauteurs, & de ceux des tangentes de complement des mêmes angles pour les ſublimitez de nos paraboles. Mais comme la droite A D ne peut étre que de 2500 parties, dans la ſuppoſition que nous avons faite que l'amplitude A B, dont A D eſt le quart, eſt de 10000 parties ; il paroît que toutes les tangentes des angles d'inclination ; c'eſt-à-dire toutes les hauteurs des paraboles, & les tangentes de leurs complemens, c'eſt-à-dire toutes les ſublimitez des mêmes, doivent étre ici chacune un quart de celles de la Table ordinaire des ſinus ; ainſi que nous l'avons pratiqué dans la Table des mêmes hauteurs & ſublimitez, ou celle de l'angle de 45 dég, égale au ſinus total, n'eſt que de 2500 parties.

Au reſte comme l'arc N L dans le cercle A L N eſt égal à l'arc A l, la droite N M eſt auſſi égale à A m, & A M à N m ; où l'on voit que A M ou C Q hauteur de la parabole A Q B, eſt égale à N m ou Q q ſublimité de la parabole A q B ; & N M ſublimité de la parabole A Q B égale à A m hauteur de la parabole A q B. Par la même raiſon nous ferons voir que A F ou C O hauteur de la parabole A O B eſt égale à R f ſublimité de la parabole A o B & R F ſublimité de la Parabole A O B égale à A f hauteur de la parabole A o B

Mais les paraboles A Q B, A q B ; auſſi bien que les paraboles A O B, A o B, ſont celles que l'on peut appeller reciproques, êtant faites ſous des directions également éloignées de celle de 45 dégrez, & dont la force de l'impulſion & l'amplitude ſont égales : l'on peut dit ci-devant, Qu'aux paraboles de même êtenduë ſous même force, les hauteurs & les ſublimitez ſont reciproquement égales.

Enfin comme la hauteur C P ou A G de la parabole A P B, jointe à ſa ſublimité K G fait la toute A K meſure de la force qui l'a décrite : que la hauteur C O ou A F de la parabole A O B & ſa ſublimité R F font enſemble la toute A R meſure de la force qui l'a pû décrire : que la hauteur C Q ou A M de la parabole A Q B & ſa ſublimité N M font enſemble la toute A N d'où le mobile tombant auroit par ſa chûte aquis aſſez de force pour porter le même mobile ſuivant la direction A L par la parabole A Q B à la diſtance A B. Nous pouvons inférere qu'en toutes les paraboles, la hauteur & la ſublimité font enſemble la meſure de la force qu'il faut pour les décrire. Et ceci eſt le fondement de la derniére Table que nous avons rapportée au ſeptiéme Chapitre du premier Livre de la ſeconde partie, ſous le nom de Table de la force qu'il faut donner aux jets de même étenduë en toutes ſortes d'élévation ; ce qui n'a point beſoin de plus grande explication.

Chapitre 3.4.1

Démonstration de l'Equerre des Canoniers rectifiée.

’Equerre de douze points faite à l’imitation de celle de Tartaglia raportée au premier Chapitre du ſecond livre de la ſeconde partie un peu plus de difficulté, quoi qu’elle ſoit ſur un même principe. Pour la bien entendre il faut ſe ſouvenir de ce que nous avons expliqué dans la pratique, tant au ſujet de la conſtruction que de l’uſage, dont je raporterai ſeulement ici, que les points de l’Equerre y ont entr’eux la même proportion que les portées d’une piéce élevée ſuivant les angles qu’ils font ſur l’Equerre. C’eſt-à-dire que la portée d’une piéce élevée au quatriéme point eſt double de la portée de la même piéce êlevée au ſecond, & quadruple de la portée au premier point, comme le nombre 4 eſt double du nombre 2, quadruple de 1. Et ainſi des autres.

Voilà les termes dont je me ſuis ſervi dans la ſeconde partie de ce Livre. Et par la diſpoſition de la figure on voit que le bras A E de l’Equerre êtant mis dans la piéce, ſi le plomb attaché par le filet en A tombe ſur le point 6, on peut dire que la piéce eſt êlevée ſuivant l’angle 6 A C ; ainſi le plomb tombant ſur le point 5, la piéce ſera êlevée ſuivant l’angle 5 A C ; & ſuivant l’angle 8 A C ſi le plomb tombe ſur le point 8. Et ainſi du reſte.

Pour faire donc voir qu la portée, c’eſt-à-dire que l’amplitude de la parabole faite au point 6, ou ſuivant l’angle 6 A C, eſt à l’amplitude de la parabole faite au point 5, ou ſuivant l’angle 5 A C, comme le nombre 6 eſt au nombre 5 ; & ainſi des autres ; il ſuffit de démontrer que le ſinus du double de l’angle 6 A C eſt au ſinus du double de l’angle 5 A C, comme 6 à 5 ; car par

ce moyen les mêmes amplitudes êtant entr’elles comme les ſinus du double des angles, elles ſeront auſſi entr’elles comme les mêmes nombres des points.

Or pour démontrer que le ſinus du double de l'angle 6 A C eſt au ſinus du double de l'angle 5 A C comme 6 eſt à 5 ; il faut prendre garde qu'après avoir tiré les droites B P & B I N, l'angle 6 A C eſt égal à A B P, & l'angle 5 A C égal à l'angle A B I ; car dans le triangle rectangle B A N la droite A I tirée de l'angle droit A, perpendiculaire à la baze B N, fait les triangles A B I, I A N ſemblables, & les angles A B I, I A N égaux. Et partant ſi l'on mene la droite F I du centre du demi cercle, & I S parallel à F P, poſant la même F P pour ſinus total, c'eſt-à-dire ſinus du double de l'angle demi droit A B P, la droite IS ou ſon égale A H ſera le ſinus de l'angle A F I double de l'angle A B I. Mais F P ou ſon égale A G eſt à A H comme 6 à 5 : & partant le ſinus du double de l'angle A B P ou de ſon égal A C, eſt au ſinus du double de l'angle A B I ou de ſon égal 5 A C, comme 6 à 5. Nous pouvons faire le même raiſonnement à l'égard des autres angles 4 A C, 3 A C, &c., & démontrer que le ſinus du double de l'angle 4 A C eſt au ſinus du double de l'angle 3 A C, comme 4 à 3. Et ainſi des autres.

Nous avons fait remarquer dans la pratique que les portées faites ſur des inclinations au-deſſus du ſixiéme point, n'étoient pas entr'elles comme les nombres de leurs points, mais bien comme ceux qui ſont également éloignés au-deſſous du ſixiéme : c'eſt-à-dire que la portée du huitiéme point, n'étoit pas à la portée du ſeptiéme comme 8 eſt à 7 ; mais bien ncomme 4 à 5, qui ſont nombres poſez au-deſſous du ſixiéme point en même diſtance que 8 & 7 le ſont au-deſſus. La raiſon en eſt manifeſte par cette démonſtration : car l'amplitude au huitiéme point c'eſt-à-dire ſuivant l'angle 8 A C, étant à l'amplitude au ſeptiéme point ou ſuivant 7 A C, comme le ſinus du double de l'angle 8 A C, eſt au ſinus du double de l'angle 7 A C ; il eſt aiſé de faire voir que ces ſinus ne ſont pas entr'eux en raiſon de 8 à 7, mais bien en celle

des nombres 4 à 5 correſpondans au-deſſous du ſixiéme point. Car l'angle 8 A C étant égal à l'angle A B K ; ſi l'on mene les droites F K, F Q du centre F, & K O, Q R paralleles à P F ; prenant toûjours F P pour ſinus total, la droite R Q ou ſon égale A T ſera le ſinus de l'angle A F Q double de l'angle A B Q ou de ſon égal 8 A C ; & la droite K O ou ſœn égale A H ; ſera le ſinus de l'angle A F K double de l'angle A B K ou de ſon égal 7 A C. Mais A T par la conſtruction eſt à A K comme 4 à 5. Donc le ſinus du double de l'angle au huitiéme point eſt au ſinus du double de l'angle au ſeptiéme comme 4 à 5.

Je ne parlerai point des minutes, car c'eſt par tout le même raiſonnement, puis-qu'elles ſe marquent ſur le bord du Quart de cercle en diviſant chacune des portions G H, H T &c. de la droite A G, en 12 parties égales, & tirant de chaque point de la diviſion des droites paralleles au diametre A B, qui couperont le demi-cercle chacune en deux points, par où l'on tire du centre A du quart de cercle des droites qui traçent les minutes ſur ſon bord en la même maniére que les 12 points principaux y ont êté marquez.

Chapitre 3.4.2

Démonstration du demi cercle de Torricelli.

LE demi cercle dont nous avons décrit l'uſage au ſecond Chapitre du ſecond Livre de la ſeconde partie, eſt fondé ſur le même principe. Pour le comprendre il faut ſe ſouvenir que la demi circonférence A C B contenant 180 dégrez, & n'étant diviſée ſur ſon limbe extérieur qu'en 90 parties ; il paroît que chacune de ſes parties

contient deux dégrez, & que les nombres marquez ſur chacun des arcs ſont égaux à la moitié de ceux des dégrez contenus dans le même arc. Ainſi l'arc marqué A30, c'eſt-

à-dire l'angle A D 30 eſt de 60 dégrez ; l'arc A 40, c'eſt-à-dire l'angle A D 40 eſt de 80 dégrez : & ainſi des autres.

Maintenant ſi l'on poſe le bras A E dans la piéce, le plomb pendant en A marquera ſon élévation, qui ſera par exemple de 30 dég. ſi le plomb tombe ſur le point 30 du limbe exterieur ; comme elle ſera de 40 dég., s'il tombe ſur le nombre 40. Car cét angle de l'élévation de la piéce lors-que le plomb tombe ſur le nombre 30, n'eſt autre choſe que l'angle A B 30 comme l'angle A B 40 eſt celui de l'élévation lors-que le plomb ſe trouve ſur le nombre 40. Et comme l'angle à la circonférence A B 30, n'eſt que la moitié de l'angle au centre A D 30, & l'angle A B 40 moitié de l'angle A D 40, il paroît que l'angle A D 30 étant de 60 dégrez, celui de l'inclination A B 30 ne ſera que de 30 dégrez ; ainſi l'angle au centre A D 40 étant de 80 dég., l'angle de l'élévation ne ſera que de 40 dégrez. Et ainſi du reſte.

Quant à l'uſage il eſt tout-à-fait conforme à la Théorie que nous avons établie. Il ordonne de faire les portées proportionnelles aux ſinus des dégrez marqués ſur le limbe intérieur dont les nombres étant par tout doubles de ceux qui leur répondent ſur l'extérieur : il paroît que c'eſt toûjours faire les amplitudes des Paraboles proportionnelles aux ſinus du double des angles de leurs inclinations. Ainſi la portée de la piéce étant élevée de 30 dég., lors-que le plomb tombe ſur le nombre 30 du bord extérieur, ſera à la portée de la piéce élevée à 40 dégrez, lors-que le plomb tombera ſur le nombre 40 du même bord, comme le ſinus

de 60 dégrez double de l'angle de la premiére élévation, eſt au ſinus de 80 dég. double de la ſeconde. Et ainſi des autres.

Chapitre 3.4.3

Démonstration d'un autre instrument sans le besoin des Sinus.

ENfin pour avoir une connaiſſance parfaite de la derniére Equerre, ou pour mieux dire du dernier demi-cercle de Torricelli dont nous avons ci-devant expliqué la conſtruction & l'uſage au troiſiéme Chapit. du ſecond livre de la premiére partie, ſous le nom d'un inſtrument ſans le beſoin de ſinus. Il fait ſe ſouvenir qu'après avoir diviſé ſon demi-cercle ſeulement en 90 parties égales comme le précédente, de chacune leſquelles il mene des lignes paralleles au diametre qu'il appelle des Guides ; & après avoir partagé le demi-diametre perpendiculaire en un très grand nombre de parties ; il dit que les amplitudes des Paraboles tirées ſous les angles répondans aux dégrez marquez dans le limbe, ſont entr'elles comme les nombres des parties du demi-diametre prependiculaire compriſes entre le centre du cercle & les Guides qui viennent des dégrez de l'élévation. C'eſt-à-dire que l'amplitude de la Parabole tirée ſous l'angle de 20 dégrez eſt à l'amplitude de celle qui eſt faite ſous l'angle de 30 dég., comme 12812, qui eſt le nombre des parties du demi-diametre F C diviſé en 200, compriſes entre I E guide des 20 dégrez du limbe & le centre F, eſt à 172 nombre des mêmes parties compriſes entre K H guide des 30 dégrez du même limbe & le même centre F. Maintenant ſi nous

faiſons voir que les parties contenuës dans l'étenduë E F ſont aux parties contenuës dans l'étenduë G F, comme le ſinus du double de l'angle de l'élévation de 20 dég. eſt au ſinus du double de celui de 30 dég. ; nous pourrons dire que les amplitudes ſeront comme les ſinus du double des angles de leur élévation.

Pour le démontrer il ne faut que conſidérer que le plomb tombant du point A ſur I où il y a 20 dég., la piéce eſt êlevée ſuivant l'angle A B I ; ainſi lors-qu'il tombe ſur le point K où il y a 30 dégrez, elle eſt êlevée ſelon l'angle A B K. Et que la droite I L tirée parallele à F C eſt le ſinus de l'angle A F I double de l'angle A B I, ſuppoſé que le demi-diametre A F ou F C ſoit le ſinus total ; ainſi la droite K H eſt le ſinus de l'angle A F K double de l'angle A B K. Ces droites donc I L ; K H ou leurs égales E F, G F, ſont les ſinus du double des angles des élévations A B I & A B K ; & partant les parties égales compriſes dans la droite E F, ſont aux parties égales contenuës dans G F, comme les mêmes ſinus. Mais nous avons ſuppoſé que l'amplitude de la Parabole faite ſur l'angle A B I de 20 dég. êtoit à l'amplitude de la Parabole faite ſur l'angle A B K de 30 dég. comme le nombre des parties égales de la droite E F, eſt à celui des parties de la ligne G F. Donc ces mêmes amplitudes ſont entr'elles comme les ſinus du double des angles de leurs inclinations.

Livre 3.5

Démonstration des pratiques pour les jets dont l'étenduë n'est pas au niveau des batteries.

Ene m'arrêterai point davantage ſur ce ſujet ; car ce principe étant une fois bien entendu, tout ce qui ſe dit dans les pratiques ſur le ſujet des portées horizontales en toutes ſortes de cas, lui peut être facilement rapporté : mais pour celles qui ſe font ſur des plans inclinez au-deſſus ou au-deſſous de l'horizon, il faut y faire d'autres raiſonnemens, avant que d'entrer dans l'explication des pratiques que nous avons enſeignées dans la ſeconde partie de ce Livre.

Chapitre 3.5.1

Pour la portée sur un plan incliné d'une piéce pointée sous un angle donné.

GAlilée n'a rien dit de particulier ſur cette matiere ; mais Torricelli conſidérant que l'on a quelque-fois beſoin pour l'uſage de l'Artillerie, de ſavoir à quelle diſtance un coup peut porter ſur un plan incliné ? ou à quel point d'une hauteur perpendiculaire, un coup de Canon ou de Bombe peut arriver ſuivant une élévation déterminée ? à raiſonné de cette maniére.

Soit, dit-il, A D l'amplitude horizontale d'un Parabole A C D décrite par un boulet ou par une Bombe tirée ſuivant l'angle de l'inclination D A B ; & ſoit le plan incliné ſur l'horizon A E. Pour ſavoir à quel point le boulet rencontrera le plan incliné

comme en C, & connoître la longueur A C & la hauteur perpendiculaire C F ; il faut du point D êlever la perpendiculaire D H, à laquelle la ligne F C B doit être parallele, paſſant par le

point C, où l'on propoſe que le plan incliné A E eſt rencontré par la ligne parabolique A C D ; puis mener la droite E F, laquelle par ce qui a êté démontré par Archimede, ſera parallele à A H tangente de la Parabole au point A. Et partant A D ſera à D F, comme H D à D E ; mais les trois lignes A D, H D, D E ſont connuës ; car A D eſt l'amplitude de la Parabole donnée A C D ; H D & D E ſont les tangentes des angles donnés D A H qui eſt celui de l'inclination du mortier ou de la piéce, & D A E qui eſt celui de l'inclination du plan A E ; & partant la droite D F ſera auſſi donnée, auſſi-bien que la ligne A F. Et partant dans le triangle rectangle A F C le côté A F & l'angle aigu F A C étant connûs, tout le reſte eſt auſſi connû : car A F eſt à F C comme le ſinus total eſt à la tangente de l'angle F A C ; & A F à A C comme le même ſinus total eſt à la ſécante du même angle.

Où l'on voit la raiſon des pratiques que nous avons enſeignées au 2 Chap. du 3 livre de la 2 partie, lors-que pour trouver la longueur inclinée A C ou la hauteur perpendiculaire F C à laquelle le boulet arriveroit pouſſé ſuivant l'inclination D A B, nous avons fait deux régles de Trois. Dans la premiére le 1 terme étoit la tangente de l'angle de l'inclination de la piéce D A H c'eſt-à-dire D H, le ſecond étoit la tangente de l'angle de l'inclination du plan D A E c'eſt-à-dire D E, le 3 êtoit l'amplitude A D de la Parabole donnée ; & pour 4 nous avons eu la longueur D F, laquelle étant ôtée de la toute A D, nous a fait connoître le reſte A F. L'autre régle de Trois avoit pour premier terme le ſinus total, pour ſecond la ſécante de l'angle de l'inclination du plan, & la longueur horizontale A F pour 3 ; afin d'avoir pour 4 la longueur du plan incliné A C que nous demandions. Si au lieu de la ſécante de l'angle de l'inclination du plan F A C, nous aviõs pris pour 2 terme de nôtre ſeconde régle de Trois, la tangente du même

angle, nous aurions eu pour 4 terme la hauteur perpendiculaire F C, à laquelle la bombe ou le boulet ſeroit arrivé.

C'eſt preſque le même raiſonnement pour les coups qui portent ſur des plans inclinez au-deſſous de l'horizon. Comme ſi A D eſt l'amplitude de la parabole faite ſous l'inclination D A B & continuée en C où elle rencontre le plan A E incliné ſous l'horizon A D ; il ne faut que mener par les points D & C des perpendiculaires à l'horizon B D E coupant A E en E, & H F C coupant A D continuée en F ; & joindre la droite E F, laquelle ſera parallele à A H tangente de la Parabole A D C par ce qui a été démontré par Archimede ; & partant dans les triangles ſemblables A D B & E D F la droite B D tangente de l'angle donné D A B qui eſt celui de l'inclination de la piéce, eſt à D E tangente de l'angle auſſi donné D A E de l'inclination du plan A E, comme A D qui eſt l'amplitude horizontale de la Parabole donnée A D C & par conſéquent auſſi donnée, eſt à D F, laquelle ajoûtée à A D donne la toute A F. Maintenant A F êtant à A C comme le ſinus total eſt à la ſécante de l'angle donné F A C : & A F à F C comme le même ſinus total eſt à la tangente du même angle ; il paroît que la longueur A C du plan incliné à laquelle le boulet ou la bombe arrivera, eſt donnée, auſſi-bien que la profondeur perpendiculaire F C.

Ce raiſonnement eſt le fondement de nôtre pratique dans laquelle : pour trouver les mêmes longueurs, nous avons fait deux régles de Trois, la premiére pour trouver la droite A F ; en faiſant que comme la tangente de l'angle de l'inclination de la piéce ou du mortier eſt à la tangente de l'angle de l'inclination du plan, ainſi l'amplitude horizontale de la parabole eſt à une autre : car cette quatriéme quantité étant ajoûtée à la même amplitude, nous donne la longueur horizontale A F. Dans le ſeconde régle de

Trois, nous avons fait que comme le ſinus total eſt à la ſécante de l'angle de l'inclination du plan, (pour trouver la longueur du plan incliné ;) ou à la tangente du même angle, (pour avoir ſa profondeur perpendiculaire ;) ainſi la longueur horizontale A F eſt à une autre : car au premier cas il vient la longueur A C, & au ſecond cas la hauteur perpendiculaire F C, pour quatriéme terme.

Chapitre 3.5.2

Pour la portée de but en blanc d'une piéce élevée au-dessus du plan horizontal.

LA pratique que nous avons enſeignée au premier Chapitre du troiſiéme Livre de la ſeconde partie, pour connoître la portée ſur le niveau d'une piéce plus haute que l'horizon, & pointée comme on dit de but en blanc, laquelle n'eſt autre par cette méthode que le double de la moïenne Géometrique entre la moitié de la plus grande portée & la hauteur perpendiculaire de la piéce, dépend de cette propoſition.

Soit la piéce en B au-deſſus de l'horizon A K à la hauteur perpendiculaire A B, & pointée ſuivant la direction horizontale B H. Si nous concevons que la force de l'impulſion du boulet ſoit meſurée par une perpendiculaire comme B I, enſorte que cette force ſoit la même que celle que le boulet auroit aquiſe en B en tomband du point I ; l'on ſait par ce qui a été démontré par Galilée que le boulet tombé du point I en B, changeant le mouvement perpendiculaire & accéléré de ſa chute en mouvement horizontal & égal comme par la droite B H, fera au long de cette droite avec

le dégré de vîteſſe aquiſe en B, un chemin comme B H double de B I dans un tems égal à celui qu'il a mis à parcourir B I en tombant du point de repos I. Ainſi ſi nous prenons B E au-deſſous de B égale à B I, nous verrons que dans le tems que le boulet ſortant, de la piéce en B deſcendra perpendidculairement par le mouvement de ſa péſanteur au long de la droite B E, il parcourra par le mouvement de la force imprimée l'eſpace B H ou E D double de la même B E ; & que par le mouvement compoſé des deux impreſſions, il décrira la ligne Parabolique B C D, dont l'ordonnée E D ſera double de l'axe E B. Et cette Parabole coupant l'horizontale A K au point C, le quarré de l'ordonnée E D ſera au quarré de l'ordonnée A C, comme E B, c'eſt-à-dire la moitié de E D, eſt à hauteur perpendiculaire A B. Mais prenant B G moïenne Géometrique entre E B & B A, le quarré E B eſt au quatre B G, comme la même E B eſt à A B. Donc le quarré E D eſt au quarré A C comme le quarré E B eſt au quarré G B & la ligne E D à A C comme E B à B G & en permutant ; c'eſt-à-dire que E D êtant double de E B ; A C ſera auſſi double de B G. Mais E D eſt égale à la plus grande portée de la piéce ; car ſi l'on êleve la piéce poſée en B ſuivant l'angle demi droit H B L, la portée ſera B H double de B I ou B E. Et partant pour avoir la longueur horizontale A C, il ne faut que décrire un cercle ſur le diametre B E égal à la moitié de la plus grande portée, & mener B G au point G où le cercle coupe l'horizontale A K ; car le double de B G ſera la droite A C que l'on demande. Pour avoir la même longueur en nombres, il faut multiplier la moitié de la plus grande portée par la hauteur perpendiculaire de l'ame de la piéce au-deſſus du niveau de la campagne, & prendre le double de la racine quarrée.

Chapitre 3.5.3

Sentiment du R. P. de Challes pour les portées sur des plans inclinez.

VOilà tout ce que Torricelli nous enſeigne ſur cette matiére. Mais le R. P. de Challes Jeſuite raiſonnant dans ſa Pyrotechnie ſur la doctrine de ce Géometre que nous venons d'expliquer au ſujet des portées qui ſe ſont ſur des plans inclinez, dit avec raiſon qu'en fait d'Artillerie la propoſition de Torricelli n'eſt pas d'un uſage ſi néceſſaire ni ſi frequent que ſa converſe. C'eſt-à-dire que l'on a bien eplus ſouvent beſoin de ſavoir quelle êlévation l'on doit donner à la piéce ou au mortier pour tirer dans des lieux plus hauts ou plus bas que le niveau des batteries & dont les diſtances ſont connuës ; que l'on n'a de ſavoir à quelle hauteur ou à quelle diſtance d'un plan êlevé ou abaiſſé ſous le même niveau, un boulet ou une bombe tirée ſuivant une inclination donnée peut fraper ? Ainſi dans les mêmes figures de Torricelli, il eſt ſouvent à propos de ſavoir quel doit être l'angle de l'élévation de la piéce ou du mortier D A B pour faire paſſer la bombe ou le boulet par le point C élevé ou abaiſſé ſous l'horizon A D dans une diſtance connuë. Ce qui au raport du R. P. de Challes eſt très facile.

Car ſuppoſant que l'on connoiſſe les lignes A F : F C : & l'angle F A C. Il ne faut, dit-il, que prendre pour l'élévaton de la piéce ou du mortier tel angle que l'on jugera par l'eſtime être le plus approchant de celui que l'on demande ; & ſur cette poſition rechercher par la régle de Torricelli, c'eſt-à-dire par les proportions des tangentes, quelle eſt la longueur de la ligne A D ? qui ſe trouvant conforme à l'amplitude de la Parabole qui ſe fait ſous l'angle de

l'inclination que l'on a priſe, & que l'on trouve dans les tables de Galilée ou de Torricelli ; fait voir que c'eſt juſtement ſous cét angle que la piéce ou le mortier doit être êlevé. Mais ſi cette longueur ſe trouve plus grnade ou moindre que cette amplitude, il faut augmenter ou diminuer cét angle d'inclination tant de fois que la longueur A C par le calcul des tangents devienne à la fin la même que l'amplitude de la Parabole faite ſous l'angle ſuppoſé.

Chapitre 3.5.4

PROBLEME PROPOSÉ POUR LES PORTÉES SUR PLANS INCLINEZ.

MAis comme cette maniére de chercher en tatonant eſt peu Géometrique, j'ai travaillé moi-même ſur ce probleme : & quoi que j'en aye trouvé aſſez facilement la réſolution par l'analyſe ; parce néanmoins qu'il y a des maniéres plus élégantes les unes que les autres, j'ai bien voulu le propoſer dans nôtre Academie Royale des Sciences en ces termes.

Le Triangle A B C, dont la baſe A B eſt parallele à l'horizon, êtant donné, & la demi ellipſe A F D donnée, dont le petit Axe A D perpendiculaire à A B eſt égal à la moitié du grand axe E F. Trouver la Parabole qui paſſe par les points donnez A & C, & dont le ſommet ſoit dans la ligne elliptique A F D. C'eſt-à-dire qu'ayant à jetter une bombe du point A ſur le point C êlevé ſur l'horizon A B ou abaiſſé au-deſſous ; il faut trouver l'angle de l'inclination du mortier, qui la chaſſant, lui faſſe décrire une parabole qui paſſe par le point C. Et comme l'on ſuppoſe que la charge du mortier eſt

toûjours la même, & qu'il a été démontré ailleurs que toutes les paraboles, partant d'un même point avec même force en toutes ſortes d'élévation, ont leur ſommet dans une ellipſe dont le grand axe eſt quadruple du petit ; l'on voit la raiſon que j'ai euë de propoſer ce problème comme il eſt dans la ſimplicité de ſes conditions.

Chapitre 3.5.5

Résolution du problême de Monsieur Buot.

MOnſieur Buot a le premier apporté cette réſolution. Ayant mené du poit D la droit D R, parallele & égale à la moitié de A B & partagée en deux également en V ; & pris ſur A D la portion D Y égale à B C

& mené Y R ; il éleve au point R la droit R Q perpendiculaire à Y R qui rencontre la ligne A D prolongée en Q ; d'où par le point V, il tire la droite Q G S laquelle touchera ou coupera le demicercle, fait ſur le diametre A D, aux points G G ſi le probleme eſt poſſible, par leſquels menant les droites I G H paralleles à

A B & rencontrant l'Ellipſe en H ; elles donneront les points H H pour ſommets des Paraboles qui paſſeront par A & C & dont le parametre ſera le quadruple de la ligne I D.

Chapitre 3.5.6

Résolution du probleme par Monsieur Rômer.

MOnſieur Rômer voïant par cette figure que la droite D V eſt le quart de A B, & V S perpendiculaire à A C ; en a de beaucoup abrégé

la conſtruction. Car il ne fait que mener du point D la droite D V parallele & égale au quart de la ligne A B, & du point V abaiſſer la droite V S perpendiculaire ſur A C ; car cette droite touchera ou coupera le demi-cercle dont le diametre eſt A D en des points comme G, par leſquels en menant des paralleles à A B juſqu'à l'ellipſe, elles y marqueront en H le ſommet des Paraboles.

Sa démonſtration eſt fort aiſée ; ſuppoſant la Parabole décrire A H N dont le ſommet eſt H & l'axe H L, auquel du point V il mene V P parallele coupant I G H en K, A C en O & A B en P ; & continuant la droite C B, il prend B M, égale au quadruple de I D & mene la ligne M N. Puis il dit, l'axe de l'ellipſe E F êtant double du demi-diametre du cercle E D, la droite I H ou A L ſera auſſi double de I G ; & le quarré de A L quadruple du quarré le I G, c'eſt-à-dire du rectangle A I D ; & partant le quarré de A L ſera égal au rectangle ſous A I ou H L & B M quadruple de I D. Maintenant les deux triangles rectangles V S O : V K G : ayant l'angle V commun, ſont ſemblables ; auſſi bien que les deux triangles rectangles V S O : A P O qui ont les angles égaux au ſommet O ; & partant les deux V K G, A P O ou A B C ſont auſſi ſemblables : deplus comme la toute A N eſt quadruple de I G, ainſi que la retranchée A B quadruple de D V ou I K ; le reſte B N ſera auſſi qua-

druple du reſte K G. Et comme B M eſt auſſi quadruple de I D ou K V : dans les deux triangles rectangles M B N, V K G, la droite B M ſera à B N comme V K à K G. Mais comme V K eſt à K G, ainſi A B eſt à B C ; donc A B eſt à B C comme B M eſt à B N. Et partant les deux rectangles A B N, C B M ſont égaux. Mais nous avons fait voir que le quarré A L c'eſt-à-dire le rectangle A L N étoit auſſi égal au rectangle H L, B M : donc en permutant le rectangle A L N ſera au rectangle A B N, comme le rectangle H L, B M eſt à C B M, c'eſt-à-dire comme la droite H L eſt à C B ; & partant comme il a été démontré par Archimede, la parabole A H N dont le ſommet eſt dans l'Ellipſe en H & le parametre quadruple de la ligne I D, paſſera par le point donné C.

L'on peut voir que A G eſt la touchante en A de la même Parabole A G N. Car étant continuée en Q, où elle rencontre l'axe L H prolongé, H G

étant égale à I G dans les triangles ſemblables Q H G, A I G, A I ou H L ſera auſſi égale à H Q.

Chapitre 3.5.7

Résolution du probléme par Monsieur de la Hire.

MOnſieur de la Hire après avoir vû par les termes de la propoſition que la droite donnée A D eſt égale à l'axe H L ou A I de la Parabole que l'on cherche & au quart de ſon parametre, a envoyé cette élégante & facile ſolution à l'Académie.

Ayant du point D, mené la droite D G parallele A B & rencontrant la droite B C prolongée en G, puis du point A & de l'intervalle A D décrit un arc de cercle D M m, & du point C & de l'intervalle C G ou un autre arc G M m, (qui ſe couperont en deux points comme M m ſi le probléme à deux ſolutions, ou ſe toucheront s'il n'en a qu'une, ou ne ſe recontreront point s'il eſt impoſſible.) Il dit que les points de leur rencontre M m, ſeront foyers des Paraboles que l'on demande ; enſorte que menant par ces points les droits K M L, k m l paralleles à A D, & coupant K M, k m en deux également en H, h ; en ces points ſeront les ſommets des paraboles A H C O, A h C o qui du point A paſſeront par C & auront le quadruple de K H : k h : pour parametres.

Quoi que cette proprieté de la Parabole ait êté démontrée par d'autres ; à cauſe néanmoins que la démonſtration peut donner une connoiſſance plus parfaite de cette matiére, j'ai bien voulu la raporter en cét endroit. Parce que la droite tirée du point A en M, où les cercles ſe coupent, eſt égale à A D, leurs quarrez ſeront auſſi égaux ; mais le quarré A D où K L eſt égal aux deux quarrez K M L ; & le quarré A M eſt égal aux deux quar. A L, M L. OTant le quarré M L commun ; le quarré A L ſera égal au quarré K M, c'eſt-à-dire à quatre quarrez H M, & à deux rectangles K M L c'eſt-à-dire à quatre rectangles H M L ; mais quatre quarrez H M & quatre rectangles H M L ſont égaux à quatre rectangles L H M ou L H K ; donc le quarré A L eſt égal à quatre rectangles L H K. Par la même raiſon nous démontrerons que le quarré de l'ordonnée C N au même axe H L eſt égal à quatre rectangles N H K ; & partant dans la Parabole dont le ſommet eſt H, l'axe H L égal à A I, & les ordonnées

A L & C N : le parametre eſt quadruple de K H ou I D.

Je dis de plus que coupant l'arc D M en deux également en P, la droite A P R ſera la tangente en A de la Parabole A H O. Car ayant mené la corde du même arc D M elle ſera coupée en deux également en Q tant par la droite H I, (à cauſe des triangles ſemblables D Q I, H Q M & de l'égalité des côtez D I ou K H & H M, (que par la droite A P : & partant A P paſſera par le point Q où elle coupera H I en deux parties égales : & dans les triangles ſemblables A Q I : R Q H, la droite A I ou H L ſera égale à H R.

Chapitre 3.6.1

Démonstration de la premiére pratique par les sinus.

POur venir maintenant à l'explication des pratiques que nous avons enſeignées dans la ſeconde partie de ce Livre au ſujet des portées qui ſe font ſur des plans inclinez au-deſſus ou au-deſſous du niveau des Batteries ; nous dirons que la premiére de toutes, raportée au quatriéme Chapitre du troiſiéme Livre de la ſeconde partie, eſt celle qui ſe fait en diviſant le quarré de la moitié de la diſtance horizontale par la hauteur perpendiculaire, & ajoûtant au quotient le quart de la plus grande portée, pour faire en-ſuite par une régle de Trois que comme ce quart eſt à cette ſomme, ainſi le ſinus de l'inclination du plan eſt à une autre ; laquelle nous donnera le ſinus d'un angle, auquel ſi nous ajoûtons le même angle de l'inclination du plan ; la moitié de la ſomme des deux nous donnera l'angle de la poſition du mortier que nous demandions.

Cette premiére pratique, dis-je, eſt fondée ſur la figure de M. Buot dont nous avons parlé ci-devant, dans laquelle la droite D R étant la moitié de la diſtance horizontale A B, & D V moitié de D R ; la ligne D V eſt le quart de A B ; & le rectangle A B D V eſt égal au quarré D R : mais l'angle Y R Q étant droit, le même quarré D R eſt égal au rectangle Y D Q, c'eſt-à-dire au rectangle Q D : B C :, (car D Y a été priſe égale à B C.) Donc les deux rectangles A B, D V, & Q D, B C ſont égaux, & partant A B eſt à B C comme Q D eſt à D V ; & les angles aux points D & B étant droits, les triangles A B C : Q D V ſont ſemblables, & l'angle D Q V égal à l'angle du plan B A C.

Maintenant le quarré D R étant égal au rectangle Q D, B C ; ſi je diviſe le quarré D R moitié de la longueur horizontale A B par la hauteur perpendiculaire B C ? j'aurai la droite Q D ; à quoi ſi j'ajoûte la longueur E D, qui eſt le quart de la plus grande portée, il me viendra la toute E Q ; & faiſant dans le triangle Q E G que comme E G le quart de la plus grande portée eſt à la toute E Q, ainſi le ſinus de l'angle E Q G égal à l'angle du plan eſt à un autre, j'aurai le ſinus de l'angle E Q G eſt égal à l'angle A E G ; & celui-ci, étant au centre, eſt double de l'angle à la circonférence A D G ou de ſon égal B A G ; il paroit donc qu'il ne faut que prendre la moitié de la ſomme des deux angles D Q G & E G Q pour avoir l'angle B A G qui eſt celui de la poſition du mortier que l'on recherche.

Chapitre 3.6.2

Démonstration de la seconde pratique par le sinus.

LA ſeconde eſt de M. Rômer raportée au cinquiéme Chapitre du troiſiéme livre de la ſeconde partie. Elle ordonne que l'on faſſe que comme la moitié de la plus grande portée eſt à la moitié de la diſtance horizontale, ainſi le ſinus total ſoit à un autre ; auquel il faut ajoûter la tangente de l'angle du plan lors-que l'inclination eſt ſur l'horizon. Puis faire que comme le ſinus total eſt au ſinus du complement de l'angle du plan, ainſi cette ſomme ſoit à une autre, qui ſera le ſinus d'un autre angle ; auquel ſi l'on ajoûte l'angle du plan, l'on aura le double de celui de la poſition du mortier que l'on demande. Si l'inclination eſt au-deſſous il faut ôter ce que l'on ajoûte lors-qu'elle eſt au-deſſus.

La démonſtration s'en vois dans cette figure, dans laquelle A D diametre du cercle perpendiculaire à l'horizon eſt toûjours la moitié de la plus grande portée, D V le quart de la diſtance horizontale, & V G coupe le cercle en G, deſorte que l'angle B A G eſt celui de la poſition du mortier. Il faut mener le diametre O R faiſant avec D A l'angle O E D égal à celui du élan B A C & continuer la droite V D en O ; & mener V P, G Q perpendiculaires à O R. Cela poſé E D eſt à D V comme A D moitié de la plus grande portée eſt au double de D V c'eſt-à-dire à la moitié de la diſtance horizontale. Si donc l'on faut que comme la moitié de la plus grande portée eſt à la moitié de la diſtance horizontale, ainſi le ſinus total E D eſt à un autre ; nous aurons la droite D V en parties égales à celles des ſinus, & ajoûtant la droite D O c'eſt-à-dire la tangente de l'angle du plan, l'on a en parties des ſinus la toute O V. Maintenant les deux triangles rectangles O P V, O D E ayant un angle commun au point O ſont ſemblables, & l'angle O V P eſt égal à O E D c'eſt-à-dire à l'angle du plan. Deplus ſi dans le triangle rectangle V P O nous prenons V P pour ſinus total, V O ſera

la ſécante de l'angle O V P : mais comme la ſécante d'un angle eſt au ſinus total, ainſi le ſinus total eſt au ſinus du complement du même angle ; ſi donc nous faiſons que comme le ſinus total eſt au ſinus du complement de l'angle du plan ; ainſi O V eſt à un autre, nous aurons la droite V P & ſon égale G Q ſ̈nus de l'angle G E R ; auquel ajoûtant l'angle du plan A E R, il vient l'angle du centre A E G double de l'angle à la circonférence A D G ou de ſon égal B A G qui eſt celui que l'on recherche.

Si le plan êtoit incliné ſous l'horizon, il faudroit mener la droite o E r de l'autre part, & lui tirer les perpendiculaires V p : & g q : puis ayant trouvé la droite D V en ôter D o tangente de l'angle du plan D E o, & par le moïen du reſte o V trouver la droite V p ou g q ſinus de l'angle r E g ; d'où ôtant le même angle du plan A E r, il reſte l'angle A E g double de B A g : que l'on recherche pour la poſition du mortier.

Chapitre 3.6.3

Démonstration de la troisiéme pratique par les sinus.

LA troiſiéme eſt auſſi de M. Rômer raportée au ſixiéme Chapitre du troiſiéme livre de la ſeconde partie. Par laquelle il faut multiplier le ſinus du complement de l'angle du plan par la diſtance horizontale, & diviſer le produit par la plus grande portée, pour avoir au quotient un certain nombre ; puis ajoûtant à ce nombre le ſinus du même angle du plan s'il eſt incliné ſur l'horizon, ou l'ôtant s'il eſt au-deſſous, l'on aura le ſinus d'un angle ; après quoi

il faut à cét angle ajoûter ou ôter l'angle du plan, pour avoir le double de celui de la poſition du mortier que l'on demande.

En voici la démonſtration dans la même figure ; après avoir mené la droite H I K paralleles à V O, ſi l'on poſe E D ſinus total, H I ſera le ſinus de l'angle du plan H E I, & E I le ſinus de ſon complement. Et comme E D eſt un quart de la plus grande portée, ainſi que D V le quart de la diſtance horizontale ; il paroit que D E eſt à D V comme la plus grande portée eſt à la diſtance horizontale ; mais comme D E eſt à D V, ainſi E I eſt à I K, il s'enſuit que la plus grande portée, la diſtance horizontale, le ſinus du complement de l'angle du plan, & la droite I K en parties égales à celles des ſinus, ſont quatre quantitez continuellement proportionnelles ; & pour avoir I K, il ne faut que multiplier la diſtance horizontale par le ſinus du complement de l'angle du plan & diviſer le produit par la plus grande portée. Deplus ſi l'on ajoûte à I K la droite I H, c'eſt-à-dire le ſinus du même angle du plan (ſi l'inclination eſt ſur l'horizon,) l'on aura la toute H K ; laquelle eſt égale à V P ; car O V eſt à H K comme D E ou H E eſt à E I ; mais comme H E eſt à E I, ainſi O V

eſt à V P, à cauſe que les triangles H E I ou O E D & O V P ſont ſemblables. Donc O V à même raiſon à H K & à V P ; & partant H K eſt égale à V P c'eſt-à-dire à G Q : gq : ſinus de l'angle R E G : R E g : auquel angle ſi l'on ajoûte l'ang. du plan A E R, l'on aura l'angle A E G, A E g double de B A G, B A g qui eſt celui de la poſition du mortier que l'on demande. C'eſt la même démonſtration lors-que l'inclination du plan eſt au-deſſous de l'horizon.

Chapitre 3.6.4

Démonstration de la quatriéme pratique par les sinus.

LA quatriéme pratique raportée au ſeptiéme Chapitre du troiſiéme Livre de la ſeconde partie veut, lors-que le plan eſt incliné ſur l'horizon, que l'on multiplie la différence entre la plus grande portée & la hauteur prependiculaire par la même hauteur, & que le produit ſoit diviſé par la longueur du plan incliné ; puis ôtant le Quotient de la même longueur, il faut ajoûter la moitié du reſte au même quotient, & faire que comme cette ſomme eſt à la moitié de la plus grande portée, ainſi le ſinus total eſt à un autre ; qui ſera la ſécante d'un angle, auquel ajoûtant ou ôtant l'angle du plan, il vient un autre angle ; lequel ajoûté ou ôté de l'angle droit, produit le double du complement de celui de la poſition du mortier que l'on demande.

Elle eſt fondée ſur la propoſition de Monſieur de la Hire. Soit dans ſa figure prolongée la droite A H juſqu'en O, enſorte que H O ſoit égale à A H ; puis du point H comme centre & de l'intervalle H C, ſoit faut le cercle K C L M qui coupera A C en L & A O en M & K ; puis du point H ſoit menée H I perpendiculaire à A C. Cela poſé : comme A O eſt double de A D ou B G, & M K double de H C ou C G ; les droites A M, K O ſont chacune égale à B C. Deplus A D étant le plus grand jet perpendiculaire, A O double de A D ſera égale à la plus grande portée, & A K la différence entre la plus grande portée & la hauteur perpendiculaire B C. Mais comme les deux rectangles K A M C A L

ſont égaux, C A eſt à A K comme A M où ſon égale B C eſt à A L ; & partant multipliant K A différence entre la plus grande portée & la hauteur perpendiculaire par la même hauteur perpendiculaire A M ou B C, diviſant le produit par A C longueur du plan incliné ; nous aurons la droite A L, laquelle étant ôtée de la même longueur A C, donne le reſte L C ; dont la moitié L I ajoûtée à la même A L, nous fait connoître la droite A I. Maintenant ſi dans le triangle I A H nous prenons A I pour ſinus total, A H ſera la ſécante de l'angle I A H ; & partant ſi nous faiſons que comme A I eſt à A H ou A D moitié de la plus grande portée, ainſi le ſinus total eſt à un autre ; nous aurons cette ſécante, & par ſon moïen l'angle I A H, auquel ajoûtant ou ôtant l'angle du plan B A C, il vient l'angle B A H ; qui ſouſtrait ou ajoûté au droit B A D, laiſſe H A D, dont la moitié D A P eſt le complement de l'angle B A P de la poſition du mortier que l'on demande.

Si le plan étoit incliné ſous l'horizon, il faudroit, comme nous avons dit, multiplier la ſomme de la plus grande portée & de la hauteur perpendiculaire par la même hauteur ; & diviſer le produit par la longueur du plan incliné ; puis ajoûtant le quotient à la même longueur, prendre la moitié

de leur ſomme & en ôter le même quotient ; & faire que comme le reſte eſt à la moitié de la plus grande portée, ainſi le ſinus total ſoit à un autre, qui ſera la ſécante d'un angle ; duquel ôtant ou ajoûtant l'angle du plan, il vient un autre angle, qui ôté ou ajoûté à l'angle droit produit le double du complement de celui que l'on recherche.

La démonſtration eſt preſque la même que la précédente ; car dans cette figure où l'angle de l'inclination B A C eſt ſous le niveau des batteries, & où C G demi-diametre de l'arc G H h eſt égal

à la ſomme des deux A D moitié de la plus grande portée & B C hauteur perpendiculaire : ayant prolongé la droite A H de part & d'autre, & pris H O égale à H A, il faut du centre H & de l'intervalle H C décrire l'arc K C M L qui coupera C A prolongée en L, & A H auſſi prolongée en M & K. D'où il paroit que A K eſt la ſomme de la plus grande portée A O & de la hauteur perpendiculaire O K ou B C ; & qu'à cauſe de l'égalité des rectangles K A M, C A L : ſi multipliant A K ſomme de la

plus grande portée & de la hauteur perpendiculaire par la même hauteur A M ou B C, l'on diviſe le produit car la longueur du plan incliné A C, l'on aura la longueur A L ; laquelle ajoûtée à la même A C donne C L, dont la moitié eſt L I ; d'où ôtant la même A L, il reſte A I qui, dans le triangle A I H, étant priſe pour le ſinus total, A H ou A D moitié de la plus grande portée ſera la ſécante de l'angle I A H ; duquel ôtant ou ajoûtant l'angle du plan B A C, le reſte où la ſomme eſt B A H, qu'il faut ôter ou ajoûter à l'angle droit B A D pour avoir l'angle D A H, dont la moitié D A P eſt le complement de l'angle B A P de la poſition du mortier que l'on demande.

Chapitre 3.7.1

Démonstration de la premiére pratique par le demi-cercle de Torricelli rectifié.

Acinquiéme pratique, raportée au huitiéme Chapitre du troiſiéme livre de la ſeconde partie eſt l'uſage du demi-cercle de Torricelli, auquel M Rômer a ſeulement ajoûté au point inférieur du diametre D, une régle D B égale, ſemblablement diviſée, & pa-

rallele au demi-diametre E F, avec un filet qui coulant au long de la même D B, puiſſe s'étendre par tout le demi-cercle. L'uſage eſt tel ; il faut du point A conter ſur le limbe le nombre de dégrez contenus dans l'angle donné de l'inclination du plan, comme l'arc A M, & apliquant le filet du point D en M, voir qu'il coupe le demi-diametre E F comme en H, & conter le nombre des parties contenuës depuis le centre E juſqu'en H. En-ſuite il faut prendre ſur D B la longueur D V, enſorte que comme la plus grande portée eſt à la diſtance horizontale propoſée, ainſi E F ou D B ſoit à D V, & ayant pris ſur E F la longueur E I égale à D V, y ajoûter la longueur I L égale à E H pour avoir la toute E L, (ſi l'inclination du plan eſt ſur l'horizon,) ou en ôter la même longueur I N pour avoir le reſte E N (ſi elle eſt ſous l'horizon.) Enfin du point V il faut faire paſſer le filet par les points L ou N & l'étendre ſur le limbe du demi-cercle, qu'il coupera en des points comme en G, Q, (lors-que l'inclination eſt au-deſſus,) ou en O, P, (lors-qu'elle eſt au-deſſous ;) qui ſont ceux où il faut que le plomb pendant en A tombe, quand le bras D C eſt dans l'ame du mortier pour faire porter au lieu ordonné.

Pour l'intelligence de cette pratique, il ne faut que comparer la figure de la propoſition de M Rômer que nous avons expliquée ci-devant avec ce demi-cercle de Torricelli ; dans lequel comme il n'y a que 90 dégrez marquez dans toute la circonférence A F D qui en contient 180, il paroît que chacun en vaut deux, c'eſt-à-dire que l'angle A E M a deux fois plus de dég. qu'il n'y en a de marquez dans l'arc A M : mais l'angle A D M eſt la moitié de A E M ; & partant les dégrés marqués dans l'arc AM ſont ceux de l'angle A D M, qui par ce moïen eſt égal à celui de l'inclination du plan propoſé. Et comme dans les deux triangles ſemblables D E H, V I L ou V I N, les deux côtez D E, E H ſont égaux au deux

V I, I L ou V I, I N ; il ſ'enſuit que les angles E D H, I V L ou I V N ſœnt égaux.

Maintenant comme D V eſt quatriéme proportionnelle à ces trois quantités ſavoir, la plus grandne portée, la diſtance horizontale, & le demi-diametre E F ; ſi nous ſuppoſons, que F E ſoit égale au quart de la diſtance horizontalë ; mais du point V l'on a mené la droite V L ou V N faiſant avec V I parallele au diametre A D, l'angle I V L ou I V N égal à celui de l'inclination du plan. Donc par la propoſition de M Rômer, cette ligne coupera le demi-cercle en des points comme G, Q ou O, P, par leſquels ſi on mene les droites A G, A Q, ou A O, A P & la droite A R parallele à E F, les angles R A G, R A Q, ou R A O : R A P : ſont ceux de la poſition du mortier que l'on rechercher. Mais dans le demi-cercle de Torricelli les angles R A G, R A Q, ou R A O, R A P ſont égaux reſpectivement aux angles A D G, A D Q, ou A D O, A D P qui ſont ceux de l'inclination du mortier, lors-que le plomb tombe du point A ſur les points G, Q, ou O, P ; & partant le mortier diſpoſé de cette maniére chaſſera la bombe au lieu ordonné.

Chapitre 3.7.2

Démonstration des pratiques par un instrument pour toutes sortes de jets.

LA ſixiéme pratique raportée au premier Chapitre du quatriéme Livre de la ſeconde partie eſt d'un autre inſtrument dont nous avons décrit la conſtruction & l'uſage tant pour les portées qui ſe font ſur le niveau des batteries, que pour celles qui ſe doivent

faire au-deſſus ou au-deſſous du même niveau. Elle eſt fondée ſur la propoſition de M de la Hire que nous avons expliquée ci-devant.

Chapitre 3.7.3

Pour les jets qui sont au niveau des batteries.

POur la bien entendre nous parlerons premiérement des coups étendus ſur le niveau des batteries rapportées au ſecond Chapitre du même livre : comme ſi connoiſſant la portée d'une piéce ou d'un mortier, par exemple, de 400 toiſes ſur l'élévation de 21 dég ; l'on veut ſavoir quelle ſera la portée ſous l'êlévation d'un autre angle, comme ſous celle de 30 dég. ? il faut ouvrir le compas commun de la grandeur du demi-diametre F A du demi-cercle, & poſant un de ſes piés ſur le point 21 dég. marquez ſur le limbe intérieur, vour où de l'autre il coupera la droite F G, qui ſera, par exemple, où elle a 266 parties ; puis poſant le même pié ſur le point de 30 dég. marquez au même limbe & tenant le compas ainſi ouvert, voir où de l'autre pié il rencontrera la même F G, (qui ſur cette hypothéſe ſera où elle a 346 part.) En-ſuite faiſant que comme 266 eſt à 346, ainſi la longueur de 400 to. eſt à une autre l'on aura 520 to. pour la portée que l'on cherche ſous l'élévation de 30 dég.

Ce qui eſt facile à concevoir ſi l'on ſe ſouvient que par la propoſition de M de la Hire, le demi-cercle & l'arc fait du centre 346, ayant un même rayon, le point de leur interſection,

qui eſt 30 dégrez, eſt le foyer d'une Parabole qui paſſera du point F à celui de 346, & aura pour touchante la droite F 1 5, où l'arc A 30 eſt diviſé en deux également ; ainſi par la même raiſon le point 21 dégrez de l'interſection du même demi cercle & de l'arc fait du centre F 266, eſt le foyer d'une autre Parabole dont l'amplitude eſt la droite F 266, & la touchante F 1012 dég., où l'arc A 21 dég. eſt diviſé en deux également. C'eſt-à-dire que ſuppoſant que le mortier poſé ſuivant la direction de la touchante F 1012 dégrez qui eſt ſuivant l'angle A B 21 dég., a chaſſé à la diſtance de 266 ; il chaſſera à celle de 346, quand on le diſpoſera ſuivant la direction de la touchante F 1 5, c'eſt-à-dire ſuivant l'angle A B 30 : mais comme 266 eſt à 346, ainſi 400 eſt à 520 to. Donc s'il a chaſſé à 400 to. ſous l'angle A B 21, c'eſt-à-dire que 21 dég, il portera à 520 toiſes ſous A B 30, c'eſt-à-dire de 30 dégrez ; ou lors-que le bras B X étant dans l'ame du mortier, le plomb tombe du point A ſur celui de 30 dégrez du bord intérieur.

Mais ſi poſant la portée de 400 toiſes ſous l'angle de 21 dégrez, l'on vouloit ſavoir à quel angle il faudroit poſer le mortier pour chaſſer à 520 toiſes ? Après avoir poſé la pointe du compas ouvert du rayon du demi-cercle ſur 21 dégrez du limbe intérieur, & vû que de l'autre pointe il coupe la droite F G au point 266 ; il faut faire que comme 400 eſt à 266, ainſi 520 à une autre, qui ſera 346, qu'il faut prendre ſur la même F G, & y mettre la pointe du compas toûjours ouvert de la grandeur du rayon F A, pour voir où il coupera de l'autre point 30 du limbe intérieur ; ce qui marque que le mortier doit être poſé ſuivant l'angle de 30 dég. pour le faire chaſſer à 520 toiſes. Car les deux points du bord intérieur 21 : 30 : ſont les foyers de deux Paraboles dont les amplitudes ſont les longueur F 266 : F 346 : & les tangentes F 10[1], F 151 ; d'où il s'enſuit que le mortier poſé ſuivant la direction de la

ligne F 1012 c'eſt-à-dire êlevé ſelon l'angle A B 21 ou de 21 dég. ayant chaſſé à la longueur de 266 parties ; il chaſſera à celle de 346 s'il eſt poſé ſuivant la direction de la droite F 15, c'eſt-à-dire êlevé ſelon l'angle A B 30 ou de 30 dég. ; mais comme 266 eſt à 346 ainſi 400 to. eſt à 520 to. ; ſi donc il a chaſſé à 400 to. à 21 dég. ; il faut l'êlever à 30 dég. pour le faire chaſſer à 520 toiſes, ainſi qu'il eſt ordonné. Ce qui arrive ſi le bras B X étant parallele à l'ame du mortier, le plomb tombe du point A ſur les points marquez 21 & 30 du bord intérieur du demi-cercle.

Chapitre 3.7.4

Pour les jets qui ne sont pas au niveau des batteries

POur s'en ſervir à la détermination des portées ſur les plans inclinez raportées au troiſiéme Chapitre du quatriéme Livre de la ſeconde partie ; il faut, ainſi que nous avons dit, lors-que connoiſſant la plus grand portée comme de 600 toiſes l'angle du plan de 15 dégrez, & la diſtance horizontale de 310 to, l'on veut connoître à quel angle il faut êlever la piéce ou le mortier pour le faire porter au lieu ordonné ; faire ainſi que nous avons fait au quatriéme chapitre du même livre, que comme 600 to. eſt à 310, ainſi 400 qui eſt le plus grand nombre des parties contenuës dans la droite F G eſt à un autre, qui ſera 206 répondant au point I ; puis faiſant paſſer le filet du centre F par le point Q où les 15 dégrez ſont marquez ſur le bord extérieur du demi-cercle à conter du point H vers B, (ſi l'inclination eſt ſur l'horizon,) marquer où il coupe la guide O I K paſſant par le point I, qui eſt au point L ; le-

quel doit ſervir de centre à l'arc K M m dont le rayon eſt L K égal à la différence du demi-diametre F B ou I K & de la hauteur perpendiculaire I L ; car les points M m où cét arc coupera le demi-cercle, ſeront les foyers des

Paraboles qui dans la figure de M de la Hire paſſeront du point F en L, & dont les touchantes ſon F Y : F y : ainſi qu'il a été démontré ci-devant. Où l'on voit qu'un mortier êlevé ſuivant la direction de l'angle I F Y ; I F Y y, c'eſt-à-dire dans le demi-cercle O A M, O A m ou de leurs égaux A B M, A B m portera ſur un lieu êlevé de 15 dégrez ſur l'horizon à la diſtante horizontale F I de 206 parties, lors-que la plus grande portée F G eſt de 400 parties ; & partant à celle de 310 to., ſi la plus grande portée eſt de 600 to. Mais le mortier eſt êlevé ſuivant la direction de ces angles, lors-que le bras B X êtant parallele à l'ame, le plomb tombe du point A ſur les points M ou m ; l'on a donc la poſition recherchée pour le faire chaſſer au lieu que l'on demande.

Si l'inclination eſt ſous l'horizon, comme en la pratique raportée au cinquiéme Chapitre du quatriéme livre de la ſeconde partie ; le filet du point F doit paſſer par R où les 15. dégrez du plan ſont marquez du point H vers A ; & le point S, où il coupe la guide O K paſſant par le point I, doit être le centre de l'arc K P p, dont le rayon eſt S K égal à la ſomme du demi-diametre F B ou I K & de la hauteur perpendiculaire I S : & les deux points P : p, où cét arc coupe le demi-cercle, ſont les foyers des Paraboles qui du point F, dans la figure de M de la Hire, paſſeront par le point S abaiſſé de 15 dégrez ſous l'horizon des batteries, ainſi qu'il a été démontré ci-devant ; & leurs touchantes ſeront F Z : F z. Deſorte qu'un mortier poſé ſuivant la direction des angles I F Z, I F z ou de leurs égaux dans le demi-cercle O A P, O A p : c'eſt-à-dire

A B P, A B p ; chaſſera la bombe au lieu S abaiſé de 15 dégrez ſous l'horizon I F à la diſtance horizontale de 206 parties, ſi la plus grande portée n'eſt que de 400 parties ; & partant à celle de 310 to. ſi elle eſt de 600 toiſes ; & comme le mortier eſt diſpoſé ſuivant la direction de ces angles, lors-que le bras B X étant parallele à l'axe de l'ame, le plomb pendant en A tombe ſur les points P : p ; il s'enſuit que l'on a par ce moïen trouvé les angles de la ſituation que l'on demande.

Enfin pour connoître, par la pratique enſeignée au ſixiéme chapitre du même livre, la diſtance horizontale, la longueur du plan incliné & la hauteur perpendiculaire, lors-que la plus grande portée comme de 600 toiſes, l'angle du plan comme de 15 dégrez ſur le niveau de la batterie, & celui de l'élévation du mortier comme de 72 dégrez, ſont donnez, il faut, ainſi que nous avons dit, du point Q où ſe terminent les 15 dégrez de l'angle du plan ſur le bord extérieur depuis le point H vers B, prendre avec le compas l'arc Q M, où ſur le bord intérieur les 72 dég. de l'élévation du mortier ſont marquez, & le rapporter de l'autre part ſur le même cercle au point m ; puis paſſant le filet par les deux points m : M : voir où il coup la droite B D comme en T ; car B K ou F I double de B T, donnera le nombre des parties de la diſtance horizontale, F L celui des parties de la longueur du plan incliné, & I L celui des parties de la hauteur perpendiculaire ; ſuppoſé que la plus grande portée ſoit de 400 parties : ainſi faiſant que comme 400 parties eſt à 600 toiſes, ainſi chacune de ces quantitez eſt à une quatriéme, nous aurons les grandeurs que nous recherchons. La démonſtration eſt aiſée : car ſuppoſant que l'arc décrit du centre L & de l'intervalle L K ait coupé le demi-cercle aux points M : m :, qui ſont, comme nous avont dit, les foyers des Paraboles recherchées ; ſi l'on mene une droite M m T par les mêmes points, la

droite M m ſera coupée en deux également par F L qui joint les centre des deux cercles, & partant l'arc Q M ſera égal à Q m. Et pour faire voir que B K eſt double de B T, il ne faut que remarquer que la droite B K touchant les deux cercles en B & en K, le rectangle m T M

dans l'arc K M m eſt égal au quarré de la touchante T K ; & dans le demi-cercle le même rectangle eſt égal au quarré de la touchante T B ; d'où il s'enſuit que T K & T B ſont égales, & B K ou F I double de B T. Le reſte n'a point de beſoin de plus grande explication.

Si l'inclination du plan eſt au-deſſous du niveau des batteries, nous pourrons par le même raiſonnement faire voir que la droite p P qui paſſe par les ponits de l'interſection de l'arc K P p & du demi-cercle, eſt coupée en deux également par la droite F S qui joint les centres des deux cercles, & partant que l'arc R P eſt égal à l'arc R ; & le rectangle p T P dans l'arc K P p eſt égal au quarré de la touchante K T & au quarré de la touchante B T dans le demi-cercle ; & qu'ainſi B K ou F I eſt double de B T.

Chapitre 3.7.5

Démonstration des pratiques par le compas de proportion.

LAA ſeptiéme & derniére pratique eſt celle qui ſe fait par le moïen du compas de proportion, dont l'uſage ſe réduit à ce ſeul cas ; qui eſt à trouver une quatriéme proportionelle à trois quantités don-

nées. Ce qui ſe fait avec facilité prenant ſur la ligne des parties égales la grandeur de la premiére & lui appliquant de travers la longueur de la ſeconde, enſorte qu'elle faſſe ſur le compas ouvert la baſe d'un triangle Iſoſcelle dont les côtez égaux ſont chacun de la grandeur de la premiére quantité ; puis ayant pris ſur les mêmes parties égales la longueur de la troiſiéme, conſidérer quelle en eſt la tranſverſale ſur le compas ainſi ouvert ? car cette grandeur eſt la quatriéme que l'on demande.

Comme s'il faloit trouver une quatriéme proportionelle aux trois grandeurs A, B, C ; je prendrois ſur les côtés D E, D F du compsa de proportion ſur la ligne des parties égales, la longueur D G : D H égale à A & j'ouvrirois le compas de telle ſorte que la droite G H qui fait la baſe du triangle Iſoſcelle G D H fût égale à la ſeconde quantité B. Puis aïant meſuré ſur les mêmes côtez D E : D F la longueur D I : D K égale à la troiſiéme C ; je prendrois ſur la même ouverture du compas la tranſverſale I K, qui ſeroit la quatriéme que je recherche. Car dans les triangles ſemblables D G H, D I K, la droite D G eſt à G H, c'eſt à dire A à B, comme D I ou C eſt à la droite I K.

Il faut deplus conſidérer que les parties de la ligne que l'on appelle des angles, ſont les longueurs des cordes ou ſoutendantes des arcs de cercle à toutes les ouvertures des angles depuis un dégré juſqu'à 180 ; ainſi 60 parties ſur cette ligne font l'étenduë de la corde d'un arc de 60 dégrez ou du demi-diametre du cercle : 45 parties font celle de la corde de l'angle de 45 dég. : 72 celle de 72 dég. : 180 parties font le diametre entier qui eſt là corde du demi-cercle. Et comme la corde d'un arc eſt le double du ſinus de la moitié de l'angle du même arc, il s'enſuit que les ſinus ont entr'eux même proportion que les cordes du double des angles dont

ils ſont les ſinus ; & qu'ainſi l'on peut prendre les uns pour les autres.

Chapitre 3.7.6

Pour les portées qui sont au niveau des batteries.

CEci poſé : reprenant la figure de Torricelli, il n'eſt pas mal-aiſé de comprendre la raiſon de nos pratiques : car dans la premiére expliquée au premier Chapitre du cinquiéme livre de la ſeconde partie où, par exemple, la portée d'un mortier étant donnée ſuivant un angle donné, l'on demande quelle ſera celle du même mortier ſuivant un autre angle ? comme ſi le mortier élevé ſuivant l'angle Q A C de 21 dég., a chaſſé à la longueur A Q de 400 toiſes, l'on veut ſavoir qu'elle eſt la longueur A O, à laquelle il chaſſera s'il eſt poſé ſuivant l'angle Q A H de 30 dégrez ? D'autant que les portées A Q & A O ſont entr'elles comme les lignes

C D : H F : c'eſt-à-dire comme les ſinus des angles A L C, A L H doubles de ceux de la poſition du mortier Q A C, Q A H ; elles ſeront auſſi entr'elles comme les doubles des mêmes lignes C D, H F, c'eſt-à-dire comme la corde du double de l'angle A L C eſt à la corde du double de l'angle A L H, ou comme la corde du quadruple de l'angle Q A C, à la corde du quadruple de l'angle Q A H ; & partant ſi nous prenons la corde de 84 dég., quadruple du premier angle donné de 21 dégrez pour premier terme ; pour ſecond la corde de 120 dég. quadruple du ſecond angle donné de 30 dégrez ; & pour troiſiéme les 400 toiſes de la portée donnée

A Q : en cherchant ſur le compas à ces trois quantitez une quatriéme proportionnelle, nous trouverons 520 to. pour la portée A O que l'on demande.

Ainſi pour ſavoir à quel angle il faut êlever le mortier pour le faire chaſſer à la longueur de 520 to., ſuppoſé qu'à 21 dégrez de l'êlévation il ait porté à 400 to. ; je prens pour premier terme 400 to. ; pour ſecond 520 to. ; pour troiſiéme la corde de 84 dég. quadruple de l'angle donné 21 dég. ; & il me vient pour quatriéme la corde de l'angle de 120 dégrez, dont le quart eſt l'angle Q A H de 30 dégrez que je recherche.

Il eſt, comme je crois inutile de dire que lors-que les nombres des quantités propoſées ou leurs étenduës, excédent celui des parties égales marquées ſur le compas : il faut en prendre telle partie que l'on veut pourvû qu'elle ſoit moindre que celles du compas, & s'en ſervir pour trouver vôtre quatriéme proportionelle, qui ſera la même portion de celle que vous cherchez, que celle dont vous vous êtes ſervi, l'eſt du nombre donné. Ainſi parce que le nombre de 400 to. eſt plus grand que celui de 200 contenu dans les parties égales du compas, je me ſers du quart qui eſt 100 pour premier terme & il me vient 130 au quatriéme, dont le quadruple 520 eſt celui que je demande. Si le premier nombre êtoit le tiers du donné, celui qui viendroit par la pratique ſeroit auſſi le tiers de celui que l'on recherche, & ainſi du reſte.

Chapitre 3.7.7

Pour les portées qui ne sont pas au niveau des batteries.

MAintenant pour bien entendre l'uſage du compas de proportion raporté au ſecond Chapitre & aux ſuivans du cinquiéme livre de la ſeconde partie, pour les portées ſur les plans inclinez ; il faut reprendre la figure par laquelle j'ai expliqué la troiſiéme pratique, où E D eſt à D V c'eſt-à-dire E I à I K comme la plus grande portée eſt à la diſtance horizontale ; & E I complement de l'angle du plan ; le double de E I ſera la corde du double du même angle E H I ; & partant comme la plus grand portée eſt là diſtance horizontale, ainſi cette corde ſera au double de I K, à quoi ajoûtant ou ôtant le double de H I, c'eſt-à-dire la corde du double de l'angle du plan H E I, nous auronsn le double de la droite H K ou de ſon égale G Q, c'eſt-à-dire la corde du double de l'angle G E R ; auquel angle & à ſon complement à deux droits, ſi l'on ajoûte l'angle du plan

A E R, l'on aura l'angle A E G double de A D G ou de ſon égal B A G que l'on demande.

Or l'on voit que pour trouver le double de I K nous avonds cherché ſur le compas la quatriéme proportionelle aux trois quantitez ſavoir la plus grande portée, la diſtance horizontale, & la corde du double de l'angle E H I qui eſt celui du complement de l'angle du plan H E I ; puis ajoûtant ou ôtant du double de I K la corde du double du même angle H E I c'eſt-à-dire le double du ſinus H I, nous avons eu le double de H K ou de ſon égale G Q, c'eſt-à-dire la corde du double de l'angle G E R ; & par le moïen de cét angle nous avons trouvé le reſte.

Il n'y a point de difficulté pour entendre la raiſon de l'application du compas de proportion popur la poſition du mortier ; car ſi le compas C D E état ouvert comme il doit être l'on êleve le mor-

tier A F en ſorte que le bras E D êtant parallele à l'axe de l'ame A E, l'autre bras C D ſoit auſſi parallele à l'horizon A B ; le mortier ſera poſé ſuivant l'angle B A E ainſi qu'il eſt demandé.

Si l'on veut découvrir l'objet incliné de l'angle B A G au-deſſus ou au-deſſous de l'horizon au travers des pinules poſées ſur le bras C D ; l'on voit que l'angle du compas, C D E eſt moindre (ſi l'inclination eſt au-deſſus) ou plus grand (ſi elle eſt au-deſſous,) que l'angle de l'élévation du mortier B A D, de la grandeur de l'angle C D H égal à celui du plan B A G ; & qu'ainſi il faut le diminuer, comme nous avons dit, au premier cas & l'augmenter en l'autre.

Chapitre 3.8.1

Lignes d'égalité, d'impulsion & de chûte respective.

Onſieur Caſſini a donné la réſolution de toute la doctrine de la projection d'un mobile par une ſeule propoſition, faiſant voir qu'en tous les cas, il y a trois lignes qui ſont continuellement proportionelles, ſavoir celle qu'il appelle d'égalité, celle d'impulſion & celle de la chûte reſpective.

Pour faire entendre ce raiſonnement, il ſuppoſe, comme les autres, qu'un corps jetté eſt porté de deux impreſſions différentes dont l'une, qui lui vient de l'impulſion d'une cauſe externe, le détermine à une certaine direction ou perpendiculaire en haut ou en bas, ou horizontale, ou inclinée, & le porte d'un mouvement uniforme & égal par des eſpaces égaux en tems égaux : l'autre,

qui lui vient de la péſanteur, le détermine par une ligne perpendiculaire en bas vers le centre de la Terre & le porte d'un mouvement continuellement accéléré, deſorte que les eſpaces qu'il parcourt ſont entr'eux en raiſon doublée des tems qu'il emploïe à les parcourir.

Cette derniére impreſſion ne change rien à la direction de la premiére, ſi elle eſt perpendiculaire en haut ou en bas : elle ne fait qu'acourcir le chemin que fait le mobile au premier cas & l'allonger en l'autre. Mais aux directions horizontales ou obliques, elle en change entiérement la droiture. Car ſi un mobile eſt, par exemple, porté d'une force externe ſuivant la direction de la ligne A B horizontale ou inclinée ; il eſt conſtant que ſi le mobile n'avoit point de poids ni d'empéchement de la réſiſtance du milieu, il ſeroit porté ſuivant la droite A B d'un mouvement égal qui lui feroit parcourir des eſpaces égaux en des tems égaux ; mais comme au moment du départ du ponit de repos A, l'impreſſion de la péſanteur le tire en bas par des lignes perpendiculaires D E, B C, elle le fait changer de route ; & au lieu de le porter par la droite A B, elle le conduit au long de la courbe A E C. Où il faut remarquer que la ligne A D qui ſeroit celle que le mobile auroit parcouru d'un mouvement égal s'il n'avoit point eu de poids, au moment qu'il ſe trouve en E, eſt cette ligne que M Caſſini appelle ligne d'impulſion à l'égard du point E ; ainſi la ligne A B où le mobile ſans poids ſe trouveroit lors-qu'il eſt tombé en C, eſt la ligne d'impulſion au reſpect du point C. Les lignes perpendiculaires D E, D E, ſont celles qu'il appelle lignes de chûte reſpective, c'eſt-à-dire à l'égard des points E, E & des lignes d'impulſion A D, A D : ainſi B C eſt ligne de chûte reſpective à l'égard du point C & de la ligne d'impulſion A B, & les lignes A E, A C ſont appellées lignes de diſtance, parce

qu'elles meſurent de combien le mobile eſt êloigné du point de départ.

Chapitre 3.8.2

De la ligne d'égalité.

DAns les projections verticales, où nous avons dit que la péſanteur acourcit le chemin du mobile, il eſt aiſé de comprendre que le mobile monte tant que le chemin qui ſe fait par l'impreſſion du dehors, eſt plus grand que celui de la péſanteur ; qu'il ne monte ni ne deſcend au moment que ces deux impreſſions ſont égales ; & qu'il deſcend auſſi-tôt que celle de la péſanteur eſt plus grande que l'autre. Ainſi dans le jet vertical A B, ſi nous ſuppoſons que la force du dehors puiſſe porter le mobile par l'eſpace A C, par exemple, de 6 meſures dans un certain tems, pendant lequel la péſanteur le puiſſe faire deſcendre de l'eſpace C D d'une de ces meſures ; il eſt conſtant que le mobile au premier tems ſe trouveroit en D ; ainſi ila droite A C. 6., que le mobile ſans poids auroit parcouru, eſt la ligne d'impulſion à l'égard du point D ; la ligne C D. 1., celle de la chûte reſpective à l'égard de la même A D ; & la ligne A D de 5 meſures celle de la diſtance. Au ſecond tems le mobile ſans poids ſeroit porté en E. 12., & ſeroit cependant tombé de la longueur EF, 4. ; & ſe trouvant en F, la droite A E. 12. ſera la ligne d'impulſion, E F. 4. celle de la chûte reſpective, & A F. 8 celle de la diſtance. Au troiſiéme tems la ligne d'impulſion ſera A G. 18., celle de la chûte G H. 9. & celle de la diſtance A H. 9. Au 4 tems la ligne d'impulſion eſt A I. 24., celle de la chûte I K. 16., &

celle de la diſtance A K. 8. Au cinquiéme tems celle d'impulſion eſt A L. 30., celle de la chûte L M. 25. & celle de la diſtance A M. 5. Enfin au ſixiéme tems la ligne d'impulſion ſeroit A B de 36 meſures ou ſextuple de la premiére A C, & celle de la chûte ſeroit auſſi la même B A de 36 meſures.

Et comme la ligne A B eſt le chemin qu'auroit fait en montant le mobile ſans poids d'un mouvement égal, pendant qu'avec le poids il eſt monté de A en H & deſcendu de H en A, & dans le tems que le même poids ſeroit deſcendu du point B en A. C'eſt pour cette raiſon que M Caſſini appelle cette droite A B La ligne d'égalité.

Il y auroit beaucoup de choſes à conſidérer ſur ce ſujet, ſur lequel je me contenterai de dire que cette ligne d'égalité A B eſt quadruple de la ligne du jet perpendiculaire A H, & partant double de la plus grande portée.

Chapitre 3.8.3

Lignes d'égalité, d'impulsion & de chûte respective sont trois proportionnelles.

MAintenant pour faire voir ce que nous avons dit, qu'en toute projection la ligne d'égalité, celle de l'impulſion, & celle de la chûte reſpective ſont continuellement proportionelles ; ſuppoſons que dans le jet A E C fait ſuivant la direction A B, la droite A D ſoit la ligne d'égalité, A B celle de l'impulſion, B C celle de la chûte reſpective & A C celle de la diſtance ; & diſons que puis-que la

droit A D eſt le chemin que le mobile ſeroit en montant par la ſeule impreſſion du dehors & en deſcendant dans le même tems par la ſeule impreſſion de la péſanteur ; ſi nous la prenons pour la meſure du tems de l'un & de l'autre, il eſt conſtant que la droite A B ſera la meſure du tems que le même mobile employeroit à paſſer la même A B, porté du ſeul effort de la même impreſſion du dehors. Et comme dans le tems A B il eſt deſcendu par l'impreſſion de ſon poids de la hauteur perpendiculaire B C ; cette hauteur B C ſera à la hauteur D A en raiſon doublée du tems de la chûte B C, qui eſt meſuré par A B, au tems de la chûte A D c'eſt-à-dire comme le quarré de la ligne A B eſt au quarré A D : & partant les trois lignes B C, A B, A D ſont continuellement proportionelles.

Chapitre 3.8.4

Sur un direction & sur une distance donnée,
Trouver la ligne d'égalilté.

MAintenant pour ſavoir ſur une direction & ſur une diſtance donnée ; quelle eſt la longueur de la ligne d'égalité, comme ſur l'angle de la direction D A B & la ligne de la diſtance A C, c'eſt-à-dire ſur l'êtenduë de la portée d'une piéce ou d'un mortier, pointé l'angle F A B complement du donné D A B, ſur le plan A C incliné de l'angle F A C. Il faut conſidérer que dans le triangle A B C, le côté A C & les deux angles A B C A B C, ſont donnés ; car A B C eſt égal à D A B, & B A C eſt la ſomme ou la différence des deux angles F A B, F A C qui ſont ceux de l'inclination de la piéce & du plan :

& partant l'on peut connoître par les ſinus les longueurs des lignes d'impulſion A B & de chûte reſpective B C ; & par leur moïen trouver une troiſiéme proportionelle A D qui ſera la ligne d'égalité que l'on recherche.

Chapitre 3.8.5

La ligne d'égalité & la distance étant données : trouver la direction.

MAis ſi connoiſſant la ligne d'égalité l'on veut ſavoir à quel angle il faut élever la direction de la piéce pour la faire chaſſer à une diſtance donnée ſur quelque plan que ce ſoit, horizontal ou incliné ? Voici ce qu'il faut faire. Soit la ligne d'égalité A D perpendiculaire à l'horizon, & la diſtance A C ſur le plan A C, faiſant avec la verticale A D quelque angle que ce ſoit D A C. Au point C ſoit êlevé C B b parallele à la verticale A D, & ſur A D ſoit décrite la portion de cercle A B b D capable d'un angle égal à A C B, (laquelle touchera la perpendiculaire C B en un point ſi le problême n'a qu'une ſolution, ou le coupera en deux points comme en B b s'il en a deux, ou ne le rencontrera point du tout s'il eſt impoſſible,) & les lignes menées du point A à ceux de leur rencontre comme A B, A b, ſeront celles de la direction que l'on demande, enſorte que F A, étant horizontale, les angles F A B, F A b ſont ceux de la poſition du mortier pour le faire porter au point C. Car les deux triangles A B C, B A D ayant les angles D A B, A B C égaux, à cauſe des paralleles A C B, A B D par la conſtruction du cercle : ils ſeront ſemblables ; & B C ligne de la chûte reſpective ſera à A B

ligne d'égalité. Nous pourrons faire voir par la même raiſonnement que b C eſt à A b comme A b eſt à A D.

Si la ligne du plan A C eſt horizontale, la portion du cercle eſt un demi-cercle ; ſi elle eſt êlevée sur l'horizon, elle eſt moindre ; & plus grande que le demi-cercle ſi l'inclination eſt au-deſſous. Où il eſt à remarquer, au ſujet des projections qui ſe font ſur un plan horizontal, c'eſt-à-dire au niveau de la batterie, qu'ayant dit ci-devant que la ligne d'égalité eſt quadruple de celle du jet perpendiculaire laquelle détermine la force imprimée du mobile ; ſi nous ſuppoſons, comme Galilée & Torricelli, que le diametre A d du demi cercle A b d, ſoit égal au quart de la ligne d'égalité, c'eſt-à-dire du diametre A D du demi-cercle A B D, & la ligne A c égale au quart de la diſtance horizontale A C ; la droite c b parallele à C B, ou A D, coupera la circonférence A b d aux points recherchez, b, b ſemblables aux points B b de la circonférence A B D, & les droites A b B, A b b prolongées, ſeront les mêmes que les lignes de la direction que l'on demande A B, A b. Ce qui fait conoître que la propoſition de ces auteurs ne faut qu'un cas de celle de M Caſſini. L'on voit de plus, ce que nous avons dit ci-devant, que la ligne d'égalité A D étant quadruple de A d, qui détermine la force imprimée du mobile & qui par conſéquent eſt égale à la moitié de la plus grande portée de la bombe avec la même force, eſt auſſi double de la même plus grande portée.

Chapitre 3.8.6

Démonstration de la construction & de l'usage de l'instrument Universel pour

C'Eſt de cette doctrine que nous avons tiré la conſtruction & l'uſage de cét autre Inſtrument rapporté dans les deux premier chapitres du ſixiéme Livre de la ſeconde partie ſous le nom d'Inſtrument Univerſel pour le jet des Bombes, & dont il faut ici parler plus au long & en donner la démonſtration.

C'eſt un cercle A b g dont le diametre eſt A g, au bout duquel en A eſt attachée à angles droits une régle immobile A E égale au même diametre & diviſée en un tres grand nombre de parties égales. Pour s'en ſervir il faut connoître la longueur de la ligne d'égalité & celle de la diſtance horizontale, & faire que comme cette ligne eſt à cette diſtance ; ainſi le nombre des parties contenuës dans la régle A E ſoit à un autre, qui ſoit, par exemple, celui des parties compriſes entre A & c. Puis dreſſant la régle A E vers le but il faut laiſſer pendre un plomb du point c (dont le fil touchera la circonférence du cercle, ſi le problême n'a qu'une ſolution, ou le coupera en deux

points comme b, b, s'il en a deux, ou ne le recontrera point s'il eſt impoſſible ;) les droites tirées du point A aux points de rencontre b, b, ſont celles de la direction de la piéce ou du mortier que l'on demande.

La démonſtration en eſt aiſée , ſoit dans la figure expliquée cidevant, la ligne d'égalité connuë A D perpendiculaire à l'horizon, la ligne de diſtance horizontale A H & le but C ſur le plan incliné A C où l'on veut que le coup frappe ; la droite H C étant mené parallele à A D, ſi l'on décrit ſur la verticale A D la portion de cercle A B D capable d'un angle égal à A C B dont le diametre ſoit A G

perpendiculaire à A C, la circonférence ſera rencontrée par la droite H C B aux points B, B, & les lignes A B, A B ſeront celles de la direction que l'on demande. Et comme les deux angles G A C, D A H ſont droits, ôtant l'angle commun D A C, les deux G A D, H A C ſont égaux, & les deux triangles rectangles A D G, H A C ſemblables & partant comme D A eſt à A H, ainſi A G eſt à A C.

Maintenant ſi l'on applique l'inſtrument de telle ſorte que le bout A du diametre g A tombant ſur le point A, la régle E A ſoit tournée vers le but C, c'eſt-à-dire qu'elle convienne avec la ligne du plan incliné A C, le diametre g A continué tombera ſur le diametre G A ; & comme on a fait que E A ſoit A c comme D A eſt à A H ; il s'enſuit que E A ou ſon égale g A, eſt à A c comme A G eſt à A C, & le plomb c b b étant parallele à A D ou C B B, le cercle A b g ſera diviſé aux points, b b ; comme le cercle A B G l'eſt aux points B B ; & les droites b A, b A : continuées tomberont ſur les droites A B, A B ; c'eſt-à-dire qu'elles ſeront celles des directions que l'on demande.

Chapitre 3.8.7

Démonstration de ce qui s'est ajoûté à l'instrument Universel pour en rendre l'usage plus facile.

SI vouloit ſe ſervir de cét inſtrument ſans être obligé de faire de régle de Trois pour trouver le point c, il faudroit ajoûter en A, comme nous avons fait au troiſiéme Chapitre du ſixiéme Livre de la ſeconde partie, une autre régle mobile A F égale à A E ; & pour

plus grande commodité, il ſeroit bon que l'une & l'autre fut diviſée en autant ou plus de parties qu'il a de toiſes, ou de piés, ou d'autres meſures, dans la plus grande ligne d'égalité dont on peut ordinairement ſe ſervir, c'eſt-à-dire dans le double de la plus grande portée d'une piéce de Canon ou d'un mortier. Car ſi la ligne d'égalité propoſée A D à autant de toiſes ou d'autres meſures qu'il y a de parties dans la régle A F, il ne faut que prendre autant de parties ſur la régle A E qu'il y a de toiſes dans la diſtance horizontale A H comme de A en c, & l'inſtrument étant poſé, en ſorte que la régle E A regarde le but C, il faut tourner la régle A F de maniére que le plomb tombant de l'extrémité F paſſe par le point c & coupe le cercle en b. Mais ſi la ligne d'égalité propoſée A D eſt moindre, il faut prendre ſur la régle mobile un nombre de parties égal à celui des toiſes qu'elle contient comme de A en K, & ſur la régle immobile A E autant de parties qu'il y a de toiſes dans la ligne de diſtance horizontale A H comme de A en i, & tourner la régle A F en ſorte que le plomb tombant du point K paſſe par i : car laiſſant le tout en cette ſituation, le plomb tombant du point F paſſera par c & coupera le cercle en b : b : comme on le demande.

La démonſtration eſt facile à comprendre ; car A K ayant autant de parties que la ligne d'égalité propoſée A D a de toiſes, & A i autant de partie qu'il y a de toiſes dans la ligne de diſtance horizontale A H, il paroît que A K eſt à A i c'eſt-à-dire A F ou A E à A C comme A D eſt à A H ; & l'on a par ce moïen ſans régle de Trois le point par lequel le plomb doit paſſer pour couper le cercle au point que l'on recherche.

Il faut ici remarquer qu'au lieu de prendre pour premier terme de nôtre régle de Trois la ligne de la plus grande égalité, & la diſ-

tance horizontale pour ſecond terme comme il eſt marqué dans les Chapitres de ce livre ; nous avons pris, dans les pratiques du ſixiéme livre de la ſeconde partie, la plus grande portée pour premier terme, & la moitié de la diſtance horizontale pour ſecond : parce que c'eſt toûjours la même choſe, & dont il n'eſt pas beſoin de donner plus d'éclairciſſement.

Partie 4

Et de connoître l'étenduë des coups de volée d'un Canon en toutes ſortes d'élévations.

Réſolution des difficultez qui ſe trouvent dans la doctrine du jet des Bombes.

Lfaut maintenant parler des diffcultez que l'on trouve dans la doctrine que nous avons expliquée en ces deux derniéres parties : afin qu'étant une fois bien entenduës, l'on puiſſe plus aiſément faire connoître que les changemens qu'elles aportent dans les effets ſont de ſi petite conſidération, qu'il n'y a point de lieu de s'y arrêter ni d'empêcher l'uſage de mes pratiques.

Tous les raiſonnemens dont on ſe ſert ſont de deux ſortes ; les uns ſemblent détruire les ſuppoſitions que nous avons faites pour démontrer que la nature de la ligne courbe décrite par le paſſage d'un mobile jetté, étoit telle que nous l'avons expliquée dans la troiſiéme partie ; & les autres trouvent tant de difficultez dans l'exécution, qu'ils font douter que l'on puiſſe attendre aucun effet

aſſûré des régles que nous avons enſeignées dans la ſeconde partie pour la pratique.

Pour répondre avec ordre aux uns & aux autres, nous traiterons premiérement de ceux qui combattent la Théorie, remettant à examiner ceux qui ſont contre la Pratique, après que les premiers auront été réſolus.

Chapitre 4.1.1

Explication de ce qui a été suppose dans la Théorie.

Ors-que dans la troiſiéme partie nous avons voulu faire voir que la ligne que le mobile pouſſé horizontalement, décrit par ſon paſſage eſt parabolique, à cauſe qu'il eſt porté de deux mouvemens qui le déterminent en différentes parts : nous avons ſuppoſé que le premier qui lui eſt imprimé par la force extérieure & qui ſe fait ſuivant la direction de la ligne droite horizontale, êtoit égal & uniforme parcourant ſur cette droite des eſpaces égaux en temps égaux ; & que l'autre qui lui vient de ſa gravité naturelle, ſe faiſant par des droites perpendiculaires & paralleles, êtoit inégal, mais uniformement acceléré, parcourant des eſpaces au long de ces paralleles qui ſont entr'eux en raiſon ſous doublée des temps qu'il employe à les parcourir.

Comme dans cette figure, qui eſt celle dont nous nous ſommes ſervis dans la troiſiéme partie : pour faire voir que le mobile pouſſé du point A ſuivant la direction horizontale A B, décrivoit dans ſa projection la ligne parabolique A F G H I, nous avons pre-

miérement ſuppoſé que la ligne A B êtoit droite, & que le mouvement imprimé par la force externe au mobile, le déterminoit de telle ſorte au long de la droite A B, que dans tout le tems de ſon mouvement il parcouroit les eſpaces égaux comme A C, C D, D E &c. en tems égaux, pendant leſquels le même mobile porté par ſa péſanteur parcouroit au long des droites perpendiculaires & paralleles comme C F, DG , les eſpaces C F, D G, de telle ſorte que l'eſpace D G fait à C F, comme le quarré du tems A D eſt au quarré du tems A D ; & que de la compoſition de ces deux mouvemens qui, changeant ſeulement la direction du mobile, ne s'aportent au reſte aucun empêchement l'un à l'autre, réſultoit la ligne de projection parabolique A F G H I.

Chapitre 4.1.2

PREMIERE OBJECTION.

La ligne horizontale n'est point droite, & les perpendiculaires ne sont point paralleles.

OR comme il eſt faux de dire que l'horizontale A B ſoit ligne droite & que les perpendiculaires C F, D G ſoient paralleles ; car A B, étant ſuppoſée également diſtante du centre de la Terre, fait un arc de cercle ; & C F, D G étant perpendiculaires, concourent néceſſairement au centre ;) il paroit de la fauſſeté de ces ſuppoſitions : & l'on peut voir que quand même il ſeroit véritable que le mouvement du dehors imprimé ſuivant la direction horizontale fut égal & uniforme, & que celui de la péſanteur ſuivant la direction perpendiculaire, ſuivit préciſément les loix du mouvement

uniformement accéléré, la ligne de projection ne peut jamais être parabolique. Car ſuppoſant le centre de la terre aux point N où concourent les perpendiculaires A N, C N, D N ; ſi nous concevons que le mobile partant du point A, ſoit porté par l'impreſſion extérieure d'un mouvement égal au long des arcs égaux A C, C D, D E, & par celle de ſa péſanteur d'un mouvement uniformement accéléré au long des perpendiculaires A N, C N, D N : il eſt conſtant que ſi dans le tems qu'il arriveroit en C par le mouvement égal, il ſe trouvoit en F par l'accéléré : il ſe trouveroit en G par le même accéléré, lors-que par l'égal il devroit être en D, parcre que l'eſpace D G ou A L eſt quadruple de C F ou A K, comme l'arc A D eſt double de A C : ainſi il ſeroit en H au troiſiéme tems A E, parce que E H ou A M contient neuf fois l'eſpace A K ou C F, comme l'arc A E contient trois fois l'arc A C. Maintenant, ayant pris une ligne comme A L moïenne Géometrique entre A N & A K, ſi nous faiſons que comme A K eſt à A L, ainſi l'arc A C ſoit à un autre A B ; il eſt conſtant que le mobile ſe trouveroit au centre de la terre N, lors-que par le mouvement égal il auroit dû parcourir l'arc A B. Où il paroît que la courbe de la projection A F G H N eſt une eſpéce de Spirale fort éloignée de la parapolique, qui de ſoi ne porteroit jamais le mobile au centre. Car reprenant la figure de l'hypothéſe, ſi l'on prend le point N, pour le centre de la terre, il paroit que par la nature de la ligne parabolique, le mobile n'y arriveroit jamais, & qu'au contraire il en ſeroit éloignée de toute la longueur de l'ordonnée N I, lors-qu'il ſeroit tombé par ſon propre poids de la longueur du demi-diametre A N ou B I ; d'où en-ſuite il s'en éloigneroit davantage à l'infini. Ce qui eſt abſurde.

Chapitre 4.1.3

II. OBJECTION.

La force imprimée au mobile n'est point perpetuelle, égale & uniforme.

IL n'eſt pas moins faux de dire que la force imprimée epar la cauſe externe au mobile, ſoit perpetuelle égale & uniforme, enſorte que dans tout le tems de ſon mouvement elle lui faſſe parcourir des eſpaces égaux en temps égaux : car bien que cela pût-être en quelque façon véritable au cas que le mobile fut porté dans un milieu qui n'eût point de réſiſtance ; celle de l'air, dans lequel nos boulets & nos bombes ſont portés par la violence que le feu du mortier ou du Canon leur imprime, ne peut aucunement ſoufrir cette uniformité de mouvement.

Deplus ſi nous nous imaginons qu'un mobile ne peut point ſe mouvoir dans l'air, qu'il ne s'y faſſe faire place, en chaſſant à droite & à gauche les parties de l'air qu'il rencontre dans ſon paſſage : & que ces parties ayant de la péſanteur ne changent point de ſituation ſans être pouſſées par quelque force externe ; nous n'aurons point de peine à comprendre que cette force ne leur peut être imprimée que par la violence du mouvement du mobile qui les rencontre. Et comme un corps qui ſe meut pert autant de ſa propre vîteſſe qu'il en communique à un autre qu'il faut mouvoir ; il paroît que le mobile porté dans l'air ne ſauroit en détourner les parties pour ſe faire un paſſage ; ſans leur communiquer quelque choſe de la vîteſſe de ſon mouvement, laquelle par ce moïen diminuë à meſure qu'il ſe meut, c'eſt-à-dire à meſure

qu'il rencontre plus de parties de l'air qui s'oppoſent à ſon paſſage.

C'eſt ce qui fait cette ſi grande inégalité de vîteſſe & de durée du mouvement des mobiles, ſuivant la diverſité des milieux dans leſquels ils ſont portés, & celle de leur matiére, de leur péſanteur, de leur figure & de l'impreſſion qu'ils ont reçûë. Entre ceux la même qui ſe meuvent dans un même milieu comme dans l'air, & qui ſont de même matiér & de même figure, les plus petits perdent bien plûtôt la force de leur mouvement que les plus grans, parce qu'ayant plus de ſurface à proportion de leur grandeur, ils rencontrent plus de parties de l'air qui leur réſiſtent.

Pour ne point ſortir de nôtre ſujet, l'on peut dire qu'un même mobile pouſſe avec plus de violence les parties de l'air qu'il rencontre lors-qu'il a plus de vîteſſe que lors-qu'il en a moins ; & vrai-ſemblablement cette impulſion a quelque choſe de proportioné à la vélocité de ſon mouvement : car le mobile ne ſe reſſent de la réſiſtance des parties du milieu qu'à proportion de la force qu'il employe à les pouſſer ; d'où il arrive que le déchet qu'il ſouffre dans la vîteſſe ſuit auſſi la meſure de la même vîteſſe, c'eſt-à-dire que plus elle eſt grande & plus elle ſouffre de diminution par la réſiſtance de l'air.

Comme ſi nous entendons qu'un mobile porté ſuivant la direction horizontale A B, doive parcourir dans un milieu ſans réſiſtance par le mouvement imprimé au dehors les eſpaces égaux, A C, C D, D E, E B en tems égaux ; par le mouvement accéléré de ſa péſanteur au long des perpendiculaires C F, D G, E H, B I, pour décrire par ſa projection la ligne parabolique A F G H I : il eſt conſtant que dans un milieu réſiſtant comme dans l'air, le mouvement imprimé ſuivant la direction de la ligne A B ne lui fera point

paſſer des eſpaces égaux en tems égaux ; mais qu'au contraire ces eſpaces diminueront dautant plus qu'il ſera porté avec plus de vîteſſe. De maniére que ſi la réſiſtance de l'air eſt capable de diminuer le chemin A C de la longueur par exemple C c, enſorte que le mobile au premier tems meſuré par A C, au lieu de ſe trouver en

C ſur l'horizontale, n'arrive qu'à la diſtance A c ; ſa vîteſſe au point c en ſera d'autant diminuée, & elle ſera d'autant moindre que celle qu'il avoit en A que la ligne A c eſt moindre que A C ; d'où il arrive que s'il ſe mouvoit du point c ſans trouver de réſiſtance, il parcouroit das le ſecond tems, meſuré par C D, l'eſpace c o égal à A c. Mais à cauſe de l'oppoſition des parties de l'air, il n'arrive qu'à celui de c d, ſi le premier déchet c C eſt au deuxiéme d o, comme la premiére vîteſſe en A eſt à la ſeconde en c, ou comme A C eſt à A c. Ainſi prenant d p égale à c d, le mobile au troiſiéme tems D E arriveroit ſans réſiſtance en p ; mais dans l'air il ne vient qu'en e, enſorte que le déchet e p ſoit au déchet d o comme la vîteſſe en d eſt à la vîteſſe en c, ou comme d e eſt à c d. Enfin ſi l'on faut e q égale à d e, l'on peut voir que le mobile avec ſa vîteſſe en e parviendroit au quatriéme tems E B en q ſans réſiſtance, & que dans l'air il ne vient qu'au point b, laiſſant l'eſpace du déchet b q qui a mêm proportion au déchet e p, que la vîteſſe en e eſt à la vîteſſe en d, ou comme b e eſt à d e.

De ſorte que ſi nous ſuppoſons que dasn le premier tems A C le mobile ſoit arrivé par le mouvement de l'impulſion externe ſuivant la ligne horizontale A B au point c, & par celui de ſa péſanteur à la longueur A K ou c f ſur la perpendiculaire ; qu'en deux tems A D, il ſoit en d ſur l'horizontale, & en L ou g ſur la perpendiculaire ; qu'en trois tems A E, il ſoit parvenu horizontalement en e, & en M ou h ſur la perpendiculaire ; & qu'enfin en quatre

tems A B il ſoit arrivé en b ſur l'horizontale par le mouvement imprimé, & en N ou i par l'accéléré de ſa péſanteur : l'on peut voir que par la compoſition de ces deux mouvemens, il aura décrit par ſa projection la ligne courbe A f g h i, qui eſt fort éloignée de la parabolique de l'hypothéſe A F G H I.

Chapitre 4.1.4

III. OBJECTION.

La résistance de l'air altére les proportions du mouvement causé par la pésanteur.

L'On peut raiſonnablement conjecturer que la même réſiſtance des parties de l'air, n'apporte pas moins de changement au mouvement de la péſanteur qui ſe fait ſur les perpendiculaires, dont il altére conſidérablement les proportions. Il ſeroit autrement malaiſé d'expliquer pluſieurs expériences que l'on a faites : comme de dire pour quelle raiſon une flêche tirée perpendiculairement met moins de tems à monter qu'à deſcendre, & fait en tombant ſur une matiére molaſſe moins d'impreſſion à ſa chûte de quelque hauteur que ce puiſſe être, que lors-qu'elle eſt tirée de près ſur la même matiére ? D'où vient qu'une balle de piſtolet tirée ſur le pavé de haut en bas à plomb de la hauteur de plus de trente toiſes, ſe trouve moins écachée & moins froiſſée, que lors-qu'elle eſt tirée ſur le même pavé de la hauteur ſeulement de huit ou dix piés ; & diverſes autres de cette nature, dont on donne des raiſons aſſez probables par la réſiſtance de l'air.

Car ſi nous entendons que la flêche portée dans un milieu ſans réſiſtance avec la force qui lui a été imprimée par le décochement de l'arc, monte à une hauteur déterminée ; nous pourrons dire que tombant en-ſuite dans le même milieu, elle acquerra par le mouvement accéléré de ſa péſanteur une force pareille à celle qui lui avoit été premiérement imprimée, c'eſt-à-dire capable de la faire remonter à la même hauteur ; que les eſpaces qu'elle parcourra en montant ſeront réciproquement les mêmes que ceux qu'elle paſſera en tems égaux en deſcendant ; & que le tems qu'elle mettra à deſcendre ſera préciſément égal à celui qu'elle a employé à monter.

Mais ſi la flêche portée dans l'air perd autant de ſa force imprimée qu'il faut qu'elle en communique aux parties de l'air qu'elle doit détourner pour paſſer, il eſt conſtant qu'en montant elle n'arrivera qu'à une hauteur qui ſera moindre que la premiére ; & que deſcendant en-ſuite de cette hauteur, le mouvement de ſa péſanteur ne pourra par conſéquent lui faire acquérir qu'une force qui ſera mondre que celle de l'arc, quand meme elle deſcendroit dans un milieu ſans réſiſtance. D'où vient que celle qu'il aquiert dans l'air à la fin de ſa chûte doit être notablement plus petite & faire beaucoup moins d'impreſſion ſur une matiére molaſſe, que lorsqu'elle eſt tirée de près avec la même impreſſion de l'arc.

Maintenant les forces & les vîteſſes étant proportionelles, ſi la flêche dans l'air à moins de force en deſcendant qu'elle n'en avoit par l'impreſſion de l'arc en montant ; il paroît qu'elle deſcend avec moins de vîteſſe : & comme elle paſſe des eſpaces égaux en l'un & en l'autre, elle doit néceſſairement emploïer plus de tems à parcourir celui de la deſcente qu'elle n'en aura mis à paſſer celui de la montée qu'elle aura parcouru avec plus de vîteſſe.

C'eſt auſſi de cette maniére que l'on peut expliquer la différence qui ſe trouve entre deux coups de piſtolet, dont l'un eſt tiré en bas à plomb d'une grande hauteur come de trente toiſes, & l'autre à la diſtance ſeulement de huit ou dix piés. Car s'ils paſſoient tous deux dans un milieu ſans réſiſtance, il y a apparence que la force qui a été également imprimée par le feu à l'un & à l'autre, dureroit toûjours ſans altération & paſſeroit des eſpaces égaux dans des tems égaux, & que de plus arrivant à cette force externe un nouvel accroiſſement de vîteſſe d'une balle di piſtolet tirée d'une grande que celle de la balle tirée de près : car l'une & l'autre ayant toûjours la mème impreſſion du feu, la premiére auroit encore au par deſſus de la ſeconde, la force & la vîteſſe qu'elle auroit aquiſe dans tout le tems qu'elle auroit mis à paſſer un plus grand eſpace en tombant.

Ce qui n'arrive pas dans l'air dont les parties, devant être chaſſées pour donner paſſage à la balle, dérobent à chaque moment une portion ſi conſidérable de ſa vîteſſe, tant de celle qui lui eſt imprimée par le feu que de celle qui lui vient de ſa péſanteur, que le compoſé de l'une & de l'autre ſe trouve à la fin moindre que celle qu'il avoit reçû du feu dans le commencement de ſa chûte, c'eſt-à-dire que celle de la balle tirée d'une petite diſtance.

C'eſt ce qui fait préſumer que cette balle de piſtolet tombant dans l'air de quelque hauteur que ce puiſſe être, ne pourroit jamais parvenir, par la ſeule impreſſion de ſa péſanteur, à un dégré de vîteſſe & de force pareil à celui que le feu du piſtolet lui imprime ; y ayant peu d'apparence que la réſiſtance de l'air lui permette jamais d'aquérir d'elle-même une force, qui lui étant une fois imprimée d'ailleurs, lui eſt ſi facilement & en ſi peu de tems ôtée par la même réſiſtance.

Au contraire on peut dire vrai-ſemblablement que chaque corps ſelon ſon poids, ſa matiére, & ſa figure, a dans chaque milieu un certain dégré de vîteſſe déterminé à laquelle il peut arriver en tombant ; après quoi ſe trouvant pour ainſi dire, en équilibre avec la réſiſtance du milieu, il ceſſe de recevoir accroiſſement de vîteſſe, & ſon mouvement devient peut-être alors égal & uniforme ; au moins tant qu'il trouve de l'uniformité dans les parties du milieu : qui par leur conſtipation peuvent à la fin devenir aſſez fortes pour, non ſeulement diminuer, mais même pour faire entiérement ceſſer le mouvement du corps tombant.

Et c'eſt en ce ſens que l'on peut en quelque maniére appeller ſurnaturelle, la vîteſſe qu'une force externe imprime au corps, lors-qu'elle eſt plus grande que celle qu'il peut naturellement aquérir en tombant ; c'eſt-à-dire lors-qu'elle ſurpaſſe ce dég. déterminé, au délà duquel l'action de ſa péſanteur ne lui donne plus d'acroiſſement de vîteſſe. Ainſi cette force & cette vélocité que le feu du piſtolet confere à la balle, lui eſt en quelque façon ſurnaturelle, puis-quelle eſt plus grande que celle que la réſiſtance de l'air lui peut permettre d'aquérir dans ſa chûte à quelque hauteur que ce ſoit.

Chapitre 4.1.5

IV. OBIECTION.

Deux mouvemens différens n'entre point en composition l'un avec l'autre sans alteration.

OUtre ces difficultez qui détruiſent les hypothéſes ſur leſquelles la doctrine de la projection eſt fondée, l'on peut encore ajoûter qu'il eſt mal-aiſé de comprendre que deux mouvemens ſi différens comme ſont l'égal & uniforme, & celui qui eſt uniformement accéléré, puiſſent entrer en compoſition l'un avec l'autre ſans donner ni recevoir aucune altération ; c'eſt-à-dire que chacun d'eux agiſſe, dans la compoſition, en la même maniére qu'ils agiroient s'ils étoient ſéparez, & que l'égal conſerve ſon égalité dans ſa direction & l'accéléré ſes dégrez d'accélération proportionnée ſelon la ligne perpendiculaire.

Ce qui eſt même aſſez contraire à l'expérience : car dans cett hypothéſe un corps péſant feroit toûjours autant de chemin en tombant par le mouvement accéléré ſur les perpendiculaires, ſoit qu'il fut emporté d'un mouvement imprimé du dehors avec quelque dégré de vîteſſe que ce puiſſe être, ſoit qu'il ne ſe reſſentit d'aucune autre impreſſion que de celle de ſa péſanteur ; & partant un mobile mettroit juſtement à arriver à terre d'une certaine hauteur en tombant ſeulement de ſon propre poids, qu'il en mettroit êtant emporté d'une impreſſion horizontale par laquelle il pût faire un tres grand chemin. C'eſt-à-dire que comme un boulet de Canon ne met, par exemple, que la moitié d'une ſeconde de tems à tomber de ſon propre poids de la hauteur de trois piés ; il devroit arriver à terre dans le même tems partant d'un piéce élevée de trois piés & pointée horizontalement, qui ſeroit capable de le chaſſer à la longueur de huit cens toiſes : ce qui eſt abſurde. Car toutes les expériences font connoître que ces portées horizontales tirées d'une certaine hauteur, emploïent toûjours plus de tems avant que d'arriver à terre, qu'il n'en faudroit au boulet pour

tomber cependant d'une hauteur quatre fois, & même en certain cas dix fois plus grande.

Ceci ſe reconnoit encore dans les jets d'eau, & le Pere Merſene dit à ce ſujet dans ſes hydrauliques, que le Dragon de Ruel, (qui eſt un jet qui ſe tourne de toutes parts,) êlevé de quatre piés ſur l'horizon, jettoit l'eau ſuivant la direction horizontale à trente piés de diſtance en deux ſecondes de tems ; pendant lequel l'eau ſeroit deſcenduë par le ſeul mouvement de ſa péſanteur, de la hauteur perpendiculaire de plus de quarante huit piés. Car comme les eſpaces parcourus du mouvement accéléré ſont entr'eux comme les quarrez des tems, s'il eſt vrai comme on le voit par l'expérience, qu'un mobile tombe de la hauteur de trois piés perpendiculaires en une demi ſeconde de tems : en deux ſeconds c'eſt-à-dire en un tems quadruple du premier, il doit tomber d'une hauteur ſeize fois plus grande c'eſt-à-dire de celle de quarante huit piés.

Les arquebuſes rayées tirées de but en blanc portent juſte à la longueur de cent toiſes dans le tems d'une ſeconde, dont la balle devroit néanmoins tomber à terre à la moitié du chemin, ſi l'effet de ſa péſanteur n'étoit pas ſuſpendu par la force de l'impulſion de la poudre.

Chapitre 4.1.6

V. OBIECTION.

Les espaces parcourus par le mobile tombant ne sont peut-être pas dans la proportion des quarrés

LA figure parabolique que l'on donne à la ligne de la projection ſe trouveroit fort altérée, & toutes les conſéquences que l'on en tire ; ſi les eſpaces qu'un mobile parcourt par le mouvement accéléré de ſa péſanteur, étoient entr'eux comme les ſinus verſes, ou s'ils ſuivoient quelque autre proportion différente de celle des quarrez de tems, comme il eſt ſuppoſé pour produire la ligne parabolique. Et comme il n'a pas juſqu'ici paru de démonſtration de cette hypothéſe, il y a lieu d'en douter ; d'autant plus que ces différentes opinions ont été avancées & ſont encore ſoûtenuës par des hommes de grande réputation.

Chapitre 4.1.7

VI. OBIECTION.

Cette Théorie est souvent contraire à l'expérience.

ENfin ce qui peut le plus embaraſſer dans ce ſyſtéme, c'eſt qu'en pluſieurs cas il eſt fort contraire à l'expérience. Car ſans s'arrêter à celles qui peuvent avoir donné lieu aux régles d'Ufano, de Galée, & des autres dont il a été parlé dans la premiére partie ; il eſt certain qu'un mouſquet qui chaſſera par exemple à la longueur de trois cens ſoixante toiſes à toute volée, portera cent toiſes de but en blanc, c'eſt-à-dire du quart de ſa plus grande portée : au lieu que ſuivant les tables de cette hypothéſe il ne devroit point chaſſer du tout étant tiré horizontalement ; & qu'à l'élévation

d'un dégré il ne devroit porter guéres plus loin qu'à la troiſiéme partie de la même portée, & à la quinziéme êlevé de deux dégrez ; & qu'enfin pour le faire chaſſer à celle de cent toiſes, lors-qu'à 45 dégrez il porte à trois cens ſoixante to., il faudroit le tirer ſous la direction de huit dégrez. De ſorte qu'un ſoldat qui croiroit tirer ſon mouſquet à la hauteur de ſon œil, le tiendroit êlevé au par-deſſus à la hauteur de huit dégrez ſans le connoître. Ce qui eſt abſurde.

Livre 4.2

Réponces aux objections proposées contre la Théorie.

Oilà la plus grande & la plus importante partie des raiſons que l'on apporte contre les ſuppoſitions ſur qui nous avons fondé là doctrine des projections que nous avons expliquée ; auxquelles nous allons répondre à peu près dans le même ordre qu'elles ont êté propoſées.

Chapitre 4.2.1

Réponce à la premiére Objection.

L'On ne peut rien nier dans la premiére ; étant tres-véritable (à le prendre à la rigeur,) que les lignes horizontales, c'eſt-à-dire également diſtantes du centre de la terre en toutes leurs parties, ſont

des arcs de cercle & ne peuvent jamais être lignes droites ; & que les perpendiculaires, c'eſt-à-dire celles qui tendent au même centre, ne ſauroient jamais être paralleles. Et qu'ainſi la ligne de projection d'un corps péſant, ſuppoſé même que le mouvement imprimé fut égal & uniforme & celui de la péſanteur uniformement accéléré, ne peut être ligne parabolique, mais bien une eſpéce de ſpirale.

Il n'y a rien, dis-je, de plus certain que ce raiſonnement pris dans la ſévérité des démonſtrations Géometriques ; mais ſi l'on conſidére la diſtance qu'il y a entre le centre de la terre & le lieu où nous faiſons nos projections, & le peu d'étenduë de ces mêmes portées en comparaiſon de ſa ſurface : l'on ne pourra pas trouver mauvais que nous faſſions les mêmes hypothéſes qu'Archimede a faites ſur un ſujet de pareille nature, lors-que dans ſon livre des Equiponderans & dans celui de la Quadrature de la parabole, il a ſuppoſé que lue joug de la balance poſée horizontalement ſur une ligne droite, & que les cordes, auxquelles les poids pendans aux bouts de la balance ſont attachez, fuſſent parelleles entr'elles ; quoi qu'en effet le joug horizontal ſoit portion de ce cercle & les cordes perpendiculaires, ſoient lignes qui ſe rencontrent au centre de terre.

Cependant comme les conſéquences qu'Archimede à tirées de ſes ſuppoſitions, qui ſont d'une vérité inconteſtable dans la Théorie, raportées à la Pratique des plus grandes meſures qui ſoient parmi nous ; reçoivent ſi peu d'altération, (pour ne pas dire point du tout, au moins qui ſoit ſenſible :) perſonne n'a fait difficulté de les admettre ; & c'eſt ſur ce fondement que nous avons la plûpart de nos plus belles conoiſſances de Mécanique.

À ſon exemple nous pouvons bien ſuppoſer la même choſe. Et comme on ne peut nier que les projections qui ſeroient faites horizontalement dans une diſtance infiniment éloignée du centre de la terre, (dans laquelle la ligne de direction horizontale du mouvement imprimé du dehors ſeroit une ligne droite, & les perpendiculaires du mouvement de la péſanteur du mobile ſeroient des lignes paralleles,) ne ſoient lignes paraboliques : l'on ne peut auſſi raiſonablement diſputer que les projections qui ſe font parmi nous, mêmes les plus grandes & des plus grandes hauteurs, ne ſoient de la même nature ; s'il n'y a point de différence, ou ſi celle qui s'y rencontre eſt telle qu'il ſoit impoſſible de s'en appercevoir.

Or il eſt vrai que poſant qu'il fut poſſible qu'une piéce d'Artillerie, pointée horizontalement ſur une montagne de cent toiſes de haut au deſſus du niveau d'une Campagne, chaſſât à la longueur d'une de nos lieuës ordinaires de 2500 toiſes, qui eſt la plus grande diſtance que l'on puiſſe s'imaginer pour la portée d'une piéce pointée horizontalement : les perpendiculaires tirées des extrémitez de cette longueur, ne ſe raprochent pas de la grandeur de ſix pouces dans toute cette étenduë d'une lieuë & dans la hauteur de cent toiſes.

Ainſi je laiſſe à juger ſi trouvant par le calcul des tables faites ſur la nature de la ligne parabolique, qu'une portée dût être de 2500 toiſes ; il arrivoit que cette portée par l'expérience n'arrivât qu'à la longueur de 2499 toiſes 5 piés & 6 pouces & demi ; l'on en devroit plûtôt imputer la faute à l'inclination des perpendiculaires qu'à toute autre raiſon : vû même qu'il eſt moralement impoſſible de s'aſſûrer juſqu'à ce point de l'exactitude de la meſure actuelle dans une ſi grande étenduë.

Ce qui je dis de ſix pouces dans cette ſuppoſition qui ne vient peut-être jamais en pratique, ne monte pas à ſix lignes aux projections de cent toiſes de longueur ſur vint toiſes de hauteur, & vient abſolument à rien dans nos portées ordinaires.

C'eſt-à-dire que bien que la ligne de la projection d'un mobile ſoit véritablement une helice ou ſpirale du ſecond genre dans toute ſon étenduë, à le prendre depuis le point du départ juſqu'à celui du centre de la terre, (au cas que le chemin lui fut ouvert ;) il eſt auſſi tres vrai que la portion de cette helice, qui eſt coupée dans ſon commencement par la ſurface de la terre que nous habitons, eſt tellement ſemblable à la ligne parabolique, que l'on peut hardiment prendre l'une pour l'autre, ſans craindre de faire erreur qui puiſſe jamais devenir ſenſible dans nos pratiques.

Comme dans la figure qui a été raportée ci-devant. Quoi que toute la ligne A F G H N de la projection d'un mobile depuis le point du départ A êlevé, par exemple, de la hauhteur A K ſur l'horizon K F, juſqu'au centre de la terre, N, ſoit une helice ou ſpirale ; ſa portion néanmoins A F coupée dans ſon commencement par la ſurface de la terre K F, ſur laquelle la projection eſt terminée, eſt tellement ſemblable à la ligne parabolique que, même ſuppoſé que la hauteur A K fut de cent toiſes, & l'horizontale A C d'une lieuë ou de 2500 toiſes ; la portée K F qui, dans l'hypothéſe que A F ſoit parabolique, eſt auſſi de 2500 to., n'en eſt pas éloignée de ſix pouces dans l'helice, das laquelle elle eſt de 2499 to. 5 piés 612 pouces. La même K F ne ſera point diffférente de l'horizontale A C de ſix lignes, ſi A C eſt ſuppoſée de cent toiſes & A K de vint to. ; car K F ſera de 999 to. 5 piés 11 pouces 612 lignes. Ce qui s'évanoüit entiérement aux projections ordinaires

dont les portées ne ſont pas ſi grandes, non plus que les hauteurs au deſſus du niveau.

Chapitre 4.2.2

Réponse à la seconde objection.

IL ne ſeroit pas plus raiſonnable de conteſter la ſeconde des raiſons, que l'on apporte contre notre hypothéſe ; pour expliquer les altérations que la réſiſtance de l'air peut apporter au chemin que doit faire un mobile pouſſé d'une force externe, dont nous avons ſuppoſé les eſpaces égaux qui wſont parcourus dans des tems égaux. Car il eſt vrai qu'un mobile ne ſauroit détourner les parties de l'air qu'il rencontre dans ſon paſſage, ſans leur imprimer du mouvement & ſans diminuer par conſéquent la vîteſſe de celui qui lui a été imprimé du dehors.

Il eſt donc tre véritable que, (raiſonnant à toute rigueur,) les eſpaces qu'ils parcourent dans des tems égaux, avec une vîteſſe qui diminuë continuellement, ne peuvent point être égaux : & que, ſuppoſé même que le mouvement de la péſanteur qui ſe fait par les perpendiculaires, ſuivit toûjours les loix du mouvement uniformement accéléré ; la ligne néanmoins de la projection, qui nait de la compoſition de ces deux mouvemens, ne ſauroit être ligne parabolique. Reſte donc à conſidérer de combien les projections qui ſe font parmi nous, où la réſiſtance de l'air s'oppoſe au paſſage du mobile & en altére le mouvement, ſont différentes de celles qui ſe ſeroient avec la même direction & les mêmes dégrez de vîteſſe dans un milieu ſans réſiſtance.

Il eſt difficile, (pour ne pas dire impoſſible,) de parler avec ſcience & certitude de tous les effets de la réſiſtance en général, à cauſe de ſon irrégularité preſqu'infinie ; agiſſant en mille maniéres différentes ſur les mobiles, non ſeulement ſuivant les différences, de leur figure, de leur direction, de la vîteſſe & de la durée de leur mouvement, & des eſpaces qu'ils parcourent, ainſi que nous avons dit ci-devant ; mais même ſuivant la différence des parties du milieu qui la cauſent, leur rareté ou denſité, leur dureté ou molleſſe, leur ténacité, leur poids, leur configuration, leur reſſort, leur ſituation, leur repos ou leur agitation, & la facilité ou la difficulté qu'elles ont à recevoir l'impreſſion des cauſes externes & à la conſerver long-tems ou la perdre auſſi-tôt qu'elles l'ont reçûë.

Toutes ces différences, qui ſont cauſe, comme j'ai dit, que l'on ne peut pas faire une ſcience complete ſur ce ſujet, n'empêchent pas néanmoins que l'on ne ſache que les corps péſans, de figure ronde, & dont la vîteſſe n'eſt pas exceſſive, ſont ceux qui ſe reſſentent le moins de cette réſiſtance, lors-qu'ils ſont portés dans un milieu rare comme projections ordinaires, c'eſt-à-dire dans l'air. Et qu'ainſi ces projections & particuliérement celles des Bombes, à qui le feu du mortier n'imprime point de vîteſſe déméſurée, qui ſont rondes, d'un aſſez grand poids & qui ne ſont pas portées dans des diſtances exceſſives, ſont du nombre de celles qui ſe trouvent le moins altérées, & ſi on les examine de près, on trouvera que la ligne qu'elles tracent dans l'air par leur paſſage eſt tellement ſemblable à la parabolique, que l'on peut dire hardiment que l'altération qu'elles reçoivent de la réſiſtance du milieu eſt abſolument inſenſible.

Car, (à le bien prendre,) la petiteſſe & le peu de durée des mouvemens que nous pouvons imprimer par artifice aux mobiles & que nous pratiquons ordinairement parmi nous, ſont que l'on ne ſe peut preſque point appercevoir qu'ils ſont retardez ou arrêtés par les empêchemens du dehors ; entre leſquels celui de la réſiſtance du milieu dans lequel ſe fait le mouvement eſt le plus conſidérable.

La force & l'énergie de la réſiſtance de l'air ſe fait principalement connoître ſur les mobiles en deux rencontres ; l'une en ce qu'elle altére plûtôt & plus conſidérablement le mouvement de ceux qui ont peu de poids, que de ceux qui ſont plus péſans. L'autre eſt à l'égard des mobiles ſemblables, égaux & de même péſanteur, mais qui ſont portez avec des vîteſſes différentes, ſur qui la réſiſtance de l'air fait d'autant plus d'impreſſion que leur mouvement ſe fait avec plus de vélocité. Voici néanmoins deux obſervations de Galilée, qui font voir que même dans ces deux cas, ce que la réſiſtance de l'air peut changer aux mouvemens que nous pouvons imprimer par nos artifices aux mobiles qui ſe meuvent dans les diſtances & avec les vîteſſes qui ſont ordinaires parmi nous, eſt tres-peu de choſe.

La premiére eſt de deux corps de même figure & de même grandeur, mais de différentes péſanteurs comme ſont deux balles de même groſſeur dont l'une ſoit de bois & l'autre de fer où de plomb, qui ſera par conſéquent, dix ou douze fois plus péſante que l'autre ; leſquelles il faut laiſſer tomber en même tems d'une même hauteur, comme de celle de cinquante toiſes, qui eſt un eſpace aſſez grand pour donner lieu à la réſiſtance de l'air de faire remarquer la différence de ſon action ſur des péſanteurs tellement éloignées l'une de l'autre. Car s'il eſt vrai qu'elle agiſſe peu

ſur le plomb, & beaucoup ſur le bois, le plomb doit en tombant laiſſer le bois beaucoup en arriére, & être à terre un tems conſidérable avant l'autre. Ce qui n'arrive pourtant point, car lors-que le plomb touche à terre, le bois n'en eſt pas éloigné de la hauteur de dix ou douze pouces, c'eſt-à-dire de plus de la trois centiéme partie de toute la hauteur de la chûte, bien loin d'en être éloigné de la dixiéme, comme il arriveroit ſi les viteſſes & les eſpaces êtoient, comme di Ariſtote, proportionez aux péſanteurs des mobiles qui tombent.

Cependant la vîteſſe que ces deux mobiles aquierent par le mouvement uniformement accéléré tombant de la hauteur de cinquante toiſes, & qui eſt à peu près la même en l'un & en l'autre, eſt aſſez grande pour faire parcourir à chacun d'eux un eſpace de cent toiſes d'un mouvement égal & uniforme dans un tems égal à celui de leur chûte, c'eſt-à-dire dans le tems d'environ cinq ſecondes. Elle eſt même aſſez grande pour être comparée à celle des mouvemens que nous pouvons imprimer par artifice aux mobiles, puis-que celle-là même que le feu donne à la balle d'une arquebuſe qui lui fait parcourir près des mêmes cent toiſes en une ſeconde, n'eſt pas cinq fois plus grande que celle-ci. Ce qui fait voir que puis-que, dans une ſi grande vîteſſe, dans un ſi grande eſpace & dans une ſi grande différence de péſanteur, il y a ſi peu de différence d'étenduë de portée dans un même tems ; l'on ne doit pas préſumer que la réſiſtance de l'air apporte de grans changemens dans les mouvemens de nos projections ordinaires.

L'autre eſt pour faire voir que l'empêchement qu'un mobile reçoit de la réſiſtance de l'air, lors-qu'il ſe meut avec beaucoup de vîteſſe, n'eſt guéres plus grand que celui qu'il reſſent quand il eſt

mû plus lentement. Suſpendez, dit-il, deux balales de plomb égales & de même figure à deux filets de même longueur comme de ſix ou ſept piés, dont les bouts ſoient attachez au plancher ; puis éloignez en même tems les deux balles de leur état perpendiculaire où elles ſe trouvent quand elle ſont en repos, mais en maniér que l'une s'en éloigne de 80 dégrez ou même plus, & l'autre ſeulement de 4 ou 5 dégrez : enſorte que les laiſſant dans la liberté de leur mouvement, la premiére décrive de tres-grans arcs comme de 160 : de 150 : de 140 : dégrez & ainſi de ſuite en diminuant peu à peu ; l'autre au contraire ne paſſe que de petits arcs comme de 8 : de 6 : de 4 : dégrez en les diminuant auſſi petit à petit.

Vous remarquerez, dit-il, premiérement que la vîteſſe de l'un eſt ſeize ou dixhuit ſois plus grande que celle de l'autre ; & que ſi la réſiſtance de l'air retardoit beaucoup plus le mobile lors-qu'il ſe meut plus lentement, elle devroit ſe faire reſſentir davantage ſur al balle qui paſſe de ſi grans arcs, & rendre par conſéquent ſes vibrations (c'eſt-à-dire ſes allées & ſes retours) plus rares & moins fréquentes que ne ſont les vibrations de la balle qui paſſe des petits arcs. Ce qui pourtant, n'arrive point : car l'expérience nous fait connoître que ces vibrations des balles pendantes à des filets de même longueur ſe font ſi juſtement dans les mêmes tems, ſoit que l'une paſſe des arcs cent fois, pour ainſi dire, plus grans que l'autre, que ſi deux perſonnes ſe donnent le ſoin de les conter chacune à part, elles ſe trouveront toûjours enſemble dans les mêmes nombres, ſans trouver aucune différence non ſeulement après les avoir contées par centaines, mais même dans celles qui ſont répérées mille & mille fois.

Ce n'eſt pas que l'on n'y puiſſe à la fin trouver du changement : car nous ſavons par l'expérience des horloges à pendules, que leurs vibrations ſont un peu plus fréquentes & quelles vont tant ſoit peu plus vîte lors-que le reſſort eſt à ſa fin & {{corr|qn'il|qu'il}} ne peut donner que tres-peu de mouvement à la pendule, que lors qu'étant dans ſa force il lui fait décrire des grans arcs ; mais cela ne ſe connoît qu'avec beaucoup de temps. Et l'on peut de ces expériences, tirer une conſéquence aſſûrée, que l'effet de la réſiſtance de l'air ſur les mouvemens que nous pratiquons ordinairement parmi nous, eſt peu de choſe.

J'ajoûterai à ces raiſonnemens que poſé même qu'il fut vrai, que l'air pût apporter une altération conſidérable au mouvement des projections, & qu'il y eut beaucoup de différence entre l'étenduë d'un jet fait dans un milieu ſans réſiſtance & celle d'un autre jet fait dans l'air avec la même impreſſion de vîteſſe : l'on ne pourroit pas pour cela tirer aucune conſéquence contraire aux pratiques que nous avons enſeignées dans la ſeconde partie de ce diſcours. Ce que l'on feroit avec juſtice ſi la réſiſtance de l'air n'agiſſoit pas uniformement & de la même maniére ſur tous les mobiles égaux ſemblables & de même poids, & pouſſez d'une même vîteſſe ſous quelqu'angle de direction que ce puiſſe être : ou ſi dans les régles que nous avons propoſées, nous avions comparé les portées qui ſe font dans l'air avec celles qui ſe ſeroient dans un milieu ſans réſiſtance.

Mais il n'y a rien de ſemblable dans nos ſuppoſitions ; & toutes nos régles & les Tables mêmes qui ſont conſtruites pour cét effet, ne conſidérent que les étenduës des projections des mobiles qui ſe font dans un même milieu c'eſt-à-dire dans l'air, avec la même impreſſion de force ; ſans relation à ce qui leur arriveroit dans

quelque autre milieu que ce puiſſe être. Car nous avons toûjours ſuppoſé que l'on fit une épreuve de la piéce ou du mortier dont on veut ſe ſervir ſous la direction d'un angle connû, & que l'on meſurât l'étenduë de la portée avec toute la juſteſſe & la préciſion poſſible, enſorte que l'on pût s'appuyer aſſûrément ſur la certitude de cette expérience ; appellant cette portée premiére & fondamentale ; à laquelle il faut rapporter tous les autres jets que l'on auroit à faire avec la même piéce ou mortierr, chargé de la même maniére, & ſous la direction de tout autre angle propoſé.

Ainſi l'on peut dire avec beaucoup d'apparence que ces mobiles ſe reſſentant également de la réſiſtance du milieu, conſervent entr'eux de fort près la même proportion pour la figure, la durée & l'étenduë de la ligne qu'ils décrivent dans leur paſſage, qu'ils auroient s'ils ne trouvoient aucun obſtacle dans leur chemin. Ce qui eſt ſi conforme à l'expérience que dans les jets d'eau même qui par le peu de péſanteur & par la fluidité de la matiére, ſe reſſentent beaucoup de l'effort de la réſiſtance de l'air, l'on remarque que l'étenduë de ceux qui ſe font ſous l'angle de 45 dégrez, eſt double de la hauteur des perpendiculaires, ou s'approche de ſi près de ces meſures que dans les jets de ſix piés de haut la différence ne ſera pas de quatre lignes.

Ce n'eſt pas que l'on ne puiſſe appercevoir de cette différence dans les autres jets dont les portées devroient, ſuivant les régles, être égales, quoi que le chemin qui ſe fait dans l'un ſoit plus grand que celui qu'il parcourt dans l'autre ; je veux dire dans les portées des projections qui ſe font ſous des angles également éloignez au-deſſus ou au-deſſous du demi-droit. Car il eſt vrai que celles qui s'approchent le plus de la perpendiculaire & dont les élévations ſont au-deſſus, ayant plus de chemin à faire que celles qui s'ap-

prochent plus de l'horizontale & dont les élévations ſont audeſſous, ſe reſſentent plus de la réſiſtance de l'air, & ſont par conſéquent tant ſoit peu plus courtes que les autres.

Àquoi l'on doit peut-être rapporter les expériences que Louïs Collado Ingénieur du Roi d'Eſpagne dont nous avons parlé dans la prémiére partie de ce diſcours, raconte des portées d'un fauconeau de trois livres de balle tirées ſuivant les différens points de l'Equerre ; parmi leſquelles, quoi que tres-défectueuſes ; l'on ne laiſſe pas de remarquer qu'au ſeptiéme point la balle chût, comme il dit, pluſieurs pas en deçà de la portée du ſixiéme ; au huitiéme elle tomba entre les portées du troiſiéme & du quatriéme point, & au neuviéme entre celles du ſecond & du troiſiéme ; qui ſelon les régles devoient tomber le ſeptiéme ſur le cinquiéme, le huitiéme ſur le quatriéme, & le neuviéme ſur la portée du troiſiéme point.

Chapitre 4.2.3

Réponce à la troisiéme objection.

JE me ſervirai de toutes ces raiſons pour répondre à la troiſiéme objection que j'ai rapportée ci-devant, par laquelle on prétend que dans la projection d'un mobile, la même réſiſtance de l'air change beaucoup les proportions du mouvement uniformement accéléré que la péſanteur lui imprime. Car quoi qu'il ſoit vrai que chaque corps, ſuivant ſon poids, ſa figure & ſa grandeur, doive avoir dans chaque milieu un dégré borné de vîteſſe, qu'il eſt capable d'aquérir en tombant d'une hauteur déterminée ; qu'au delà de cette hauteur il ne peut plus recevoir d'accroiſſement de vé-

locité ; & que tout autre vîteſſe plus grande, imprimée par quelque cauſe externe au mobile, lui eſt en quelque façon ſurnaturelle : l'on ne peut néanmoins nier que les corps ſolides, ronds & péſans comme ſont nos bombes & nos boulets de Canon, ne ſoient ceux d'entr'eux dont le dernier terme de l'accroiſſement de vîteſſe eſt le plus éloigné du commencement de leur chûte, & ſur qui l'effet de la réſiſtance de l'air doit moins paroître dans les petites hauteurs comme ſont celles de nos projections.

Ainſi, quoi qu'il arrive, comme on dit & comme il y a beaucoup d'apparence q'un de ces mobiles en tombant perde à la fin, par la réſiſtance de l'air, la vertu que ſa péſanteur lui donne d'augmenter inceſſamment ſa vîteſſe : comme cela ne lui doit arriver qu'après un grand tems & après être tombé d'une hauteur extraordinaire, il ſeroit mal-aiſé de s'appercevoir ſitôt de ce changement, qui ne ſauroit être grand dans les hauteurs où nous faiſons ordinairement nos projections.

Ce qui ſe confirme par les expériences dont le Pere Merſene parle dans ſa Baliſtique & qui ſont raportées dans cette objection : car après avoir dit, qu'une flêche qui monte en trois ſeconde de tems à la hauteur de 50 toiſes, met en-ſuite cinq ſecondes à deſcendre ; & que montant en cinq ſecondes à une plus grande hauteur, lors-que la force de l'arc eſt plus grande, elle employe ſept ſecondes dans ſa deſcente ; il aſſûre qu'il a reconnu par des épreuves répétées plus de cent fois que les bombes qui peuvent s'élever à la hauteur perpendiculaire de plus de cent toiſes, mettent préciſément autant de tems à monter qu'à deſcendre.

D'où l'on peut conjecturer que ce qu'il rapporte des flêches, (s'il eſt vrai qu'il ait pû remarquer ſi juſtement la hauteur de leur jet perpendiculaire & le tems de leur montée & de leur deſcente,)

peut provenir, non ſeulement de la réſiſtance de l'air dont l'effet ſur les flêches a été ſuffiſamment expliqué dans la troiſiéme objection, mais même parce que la point de la flêche ayant plus de poids, ſe porte toûjours en avant la premiére tant qu'elle eſt en mouvement ; deſorte que lors-qu'en parvenuë à la hauteur perpendiculaire où la force imprimée la peut faire monter, il lui fait du tems pour ſe renverſer & pour faire que la pointe ſe tourne du côté qu'elle doit ſe mouvoir en deſcendant, c'eſt-à-dire vers le bas. Et quoi que dans ce moment la flêche, à bien parler, ne deſcende pas encore, ne faiſant que changer la ſituation de ſes parties : ce tems néanmoins étant pris pour celui de la deſcente, que l'on a accoûtumé de conter du moment qu'elle ceſſe de monter, le fait paroître plus grand que celui de la montée ; quoi qu'en effet ils ne ſoient pas fort différens l'un de l'autre, non plus que dans le mouvement des Bombes & des autres mobiles ronds, qui étant également péſans en toutes leurs parties, n'ont point de changement à faire entr'elles, & mettent par conſéquent autant de tems à monter qu'à deſcendre. D'où l'on peut enfin néceſſairement inférer que le changement que la réſiſtance de l'air apporte à leur mouvement, n'eſt point ſenſible.

L'on voit par l'une des obſervations de Galilée que, dans les mobiles de même grandeur & de même figure & qui tombent enſemble de même hauteur, la différence du poids ne fait pas beaucoup de différence de mouvement, puis qu'une balle de bois tombant de la hauteur de trente toiſes arrive preſque auſſi-tôt à terre qu'une de plomb, quoi que celle-ci ſoit dix ou douze fois plus péſante que l'autre. Ce que nous reconoiſſons encore mieux par les jets perpendiculaires des liqueurs comme de l'eau & du vif argent, qui partant d'une même hauteur de ſource remontent preſqu'à la même hauteur du jet, comme nous l'expliquerons

mieux ci-après, quoi que l'eau ſoit plus de treize fois moins péſante que le vif argent. D'où nous pouvons conclure que l'effet de la réſiſtance de l'air quelque conſidérable qu'il puiſſe devenir ſur le corps qui tombent de fort haut, n'eſt pas fort ſenſible dans les hauteurs où nous pouvons porter les mobiles à qui nous donnons le mouvement par nos artifices.

Au reſte, ſi l'on ſuppoſe, comme il eſt vrai-ſemblable, que la réſiſtance du milieu agit également ſur des mobiles égaux, ſemblables & de même poids, pourvû qu'ils ſoient portez d'une même vîteſſe ; & que la différence de ſes effets dépend principalement de la différence du tems que le mobile employe à ſe mouvoir, enſorte qu'elle ſe faſſe plus ou moins reſſentir ſelon que le corps mû fait plus ou moins de chemin en quelque direction que ce puiſſe étre : l'on peut dire avec beaucoup d'apparence que nos bombes & nos boulets de Canon, (que nous ſuppoſons toûjours égaux, ſemblables, de même poids, & portez d'une même vîteſſe, qui lui eſt imprimée par le feu d'une même piéce ou d'un même mortier chargé de la même poudre & de la même maniére,) conſervant dans l'air les mêmes proportions, pour la différence des portées ſuivant les différentes inclinatinos de direction, qu'ils auroient dans un milieu ſans réſiſtance : & que l'on peut par conſéquent ſe ſervir des régles & des tables que nous avons rapportées, quoi qu'à le prendre à la rigueur, elles ſuppoſent que le mobile ne reſſente aucune altération par les empêchemens externes dans ſon mouvement.

Pour regarder la choſe de plus près, il faut conſidérer que la réſiſtance de l'air agiſſant ſur la projection d'un mobile en deux maniéres ſavoir, en retarndant l'effet du mouvement uniformement accéléré que la péſænteur lui imprime ſuivant les perpendi-

culaires, & en retardant par celui du mouvement égal qui lui a été donné la force de dehors ſelon la ligne de ſa direction : par la premiére cette réſiſtance agrandit l'étenduë de la portée du jet, & par l'autre au contraire elle la diminuë ; ainſi l'on peu raiſonnablement conjecturer que ces deux empêchemens ſe détruiſent réciproquement l'un l'autre, & que le dernier ôtant de l'êtenduë ce que le premier lui ajoûte, elle demeure par une eſpéce de compenſation dans ſa légitime grandeur, & telle à peu près qu'elle ſeroit dans un milieu ſans réſiſtance.

Comme ſi le mobile partant du point A ſuivant la direction A C parcouroit dans un milieu ſans réſiſtance toute la ligne A C d'un mouvement égal pendant le tems qu'il deſcendroit par le mouvement uniformement accélére de toute la hauteur perpendiculaire A B ; il eſt conſtant que par la compoſition des deux mouvemens, il ſe trouveroit au point D où la perpendiculaire C D égale à A B rencontre la ligne horizontale B D, après avoir dédcrit dans ſon paſſage la ligne parabolique A D. Poſons maintenant que la réſiſtance de l'air ſe faſſe ſeulement ſentir ſur le mouvement égal du mobile ſans toucher à l'uniformement accéléré ; en ſorte que dans le même tems qu'il deſcend du point A en B, il ne parcourre ſur la ligne de la direction A C que la longueur A I moindre que A C : il eſt encore évident que pear la compoſition des deux mouvemens, le mobile ſe trouveroit en K où la perpendiculaire I K égale à A B rencontre la même horizontale B D ; & que l'étenduë de la projection B K étant en

ce cas diminuée par la réſiſtance de l'air, ſeroit moindre que l'étendüe B D de la projection dans un milieu ſans réſiſtance. Mais ſi laiſſant le mouvement égal ſuivant la direction A C ſans le troubler, nous entendons que la réſiſtance de l'air ſe faſſe ſeule-

ment ſentir ſur le mouvement uniformement accéléré de la péſanteur ; enſorte que dans le tems que le mobile partant du point A arrive par le mouvement égal au point C, il ne ſoit cependant deſcendu que de la longueur perpendiculaire A G : il paroît que le mobile par la compoſition de ces deux mouvemens ſeroit en H, où la perpendiculaire C H égale à A G rencontre la droite G H parallele à l'horizon, après avoir décrit la courbe A H ; & que dans le tems qu'il employeroit à deſcendre le reſte de la perpendiculaire G B, pour arriver à l'horizontale B D, il auroit cependant continué ſa route ſuivant la direction A C par le mouvement égal comme de C en E ; afin de ſe trouver en F où la perpendiculaire E F égale à A B rencontre l'horizontale B D continuée ; & par ce moïen l'étenduë de la projection B F ſe trouveroit agrandie par la réſiſtance de l'air & plus longue que l'étendüe B D qui ſe ſeroit dans un milieu ſans réſiſtance.

Puis donc que la réſiſtance de l'air lors-qu'elle agit ſeulement ſur le mouvement uniformement accéléré, agrandit l'étendüe du jet, comme au contraire elle la diminüe lors-qu'elle retarde ſeulement l'effet du mouvement égal, & qu'il y a grande apparance que cette réſiſtance agit uniformement ſur un même mobile. L'on peut, ce me ſemble, dire avec quelque fondement de raiſon que ces deux effets, qui agiſſant enſemble ſeroient conſidérables ſur l'étendue du mobile s'ils ſe faiſoient ſentir de même part, deviennent par leur contrarieté inſenſibles ſur la même étendüe ; & que l'un lui rendant ce qui lui eſt ôté par l'autre, elle demeure par cette compenſation dans une eſpéce d'équilibre & à peu près au même état qu'elle ſeroit ſi elle n'étoit aucunement altérée.

Chapitre 4.2.4

Réponce à la quatriéme objection.

LA difficulté qui vient de la compoſition des deux mouvemens dont il eſt parlé dans la quatriéme objection eſt plus grande. Car bien que l'on puiſſe aſſez bien comprendre ce qui arrive ſur ce ſujet lors-que les mouvemens ſont purement mathématiques, c'eſt-à-dire lors que l'on les ſuppoſe parfaitement réglez & incapables d'aucune altération : il n'en eſt pas de même de ceux qui ſe font parmi nous, leſquels dépendant de mille cauſes phyſiques qui nous ſont pour la plûpart inconües, ſont par conſéquent ſujets à pluſieurs changemens dont il n'eſt pas facile de rendre raiſon.

Ainſi Gallilée pour répondre à la même objection qu'il ſe fait lui-même, excepte premiérement des régles de ſa Théorie, les effets prodigieux du mouvement que le feu de la poudre imprime aux balles d'Artillerie, dont la vîteſſe eſt, dit-il, ſurnaturelle, parce que le mobile en tombant de quelque hauteur que ce puiſſe être, ne pourroit jamais naturellement en aquérir une pareille. Il avoüe même qu'il y a quelque apparence que la ligne que décrit la balle d'un mouſquet ou d'un Canon, eſt au moins dans ſon commencement plus droite qu'il ne faut pour être parabolique, & qu'elle ne ſeroit effectivement ſi l'impreſſion de ſa vîteſſe n'etoit pas ſi violente.

Dans un autre endroit, faiſant réfléxion ſur la table des amplitudes des paraboles, que nous avons raportée ci devant, & dans laquelle il met un 0 ſous les angles de 0 & de 90 dég. c'eſt-à-dire pour l'êtenduë du jet horizontal auſſi-bien que du perpendiculaire ; il fait dire à Sagredo, (qui eſt un de ceux qui perlent dans

ſes Dialogues,) qu'il n'a point de peine à comprendre ce qu'il dit pour le jet perpendiculaire parce qu'il n'y a point de force quelle qu'elle ſoit, qui puiſſe, en portant le mobile ſuivant cette direction à l'infini donner au jet aucune autre étenduë que la perpendiculaire : mais qu'il ne peut pas ſi bien concevoir, qu'une force quelque grande qu'elle puiſſe être, ne puiſſe point porter un mobile horizontalement en ligne droite à une diſtance ſi petite que l'on puiſſe s'imaginer ; & qu'un boulet de Canon commence à deſcendre au premier moment qu'il ſort de la bouche de la piéce pointée, comme on dit, de point en blanc, & quitte la ligne de direction ſans pouvoir aucunement marcher en ligne droite.

J'aſſûrerois même que cela eſt, dit-il, abſolument impoſſible, ſi je n'en êtois retenu par un autre accident de la nature, qui n'eſt pas moins bigearre ni moins ſurprenant que celui-ci ; dont il y a néanmoins une démonſtration Géometrique : c'eſt qu'il n'y a point de force quelle qu'elle ſoit, qui ſoit capable d'étendre une corde poſée horizontalement en ligne droite. Comme ſi l'on attache aux extrémitez de la corde A B, deux poids C, D quelque grans qu'ils ſoient ; je dis qu'ils ne pourront jamais étendre la corde horizontalement de telle ſorte qu'elle faſſe une ligne droite A B. Car ſi l'on entend que le poids de la corde, agiſſant en I ſoit égal au poids H ; il eſt conſtant, par

les régles de la Mécanique, que le poids H deſcendra & fera monter les deux poids C & D toutes les fois que le chemin I E que le poids H ſera en deſcendant aura plus grande raiſon au chemin E F que les poids C, D feront au même tems en montant, que les mêmes poids C, D enſemble n'ont au poids de la corde H. Et comme la raiſon des poids, C, D enſemble au poids H, ne ſauroit jamais être ſi que l'on ne puiſſe faire un angle comme E A I dont

la tangente comme I E n'ait encore une plus grande raiſon à la partie de la ſécante E F ; c'eſt-à-dire le chemin du poids de la corde H en deſcendant, au

chemin des poids C, D en montant : il paroît que ces poids ne ſauroient jamais empêcher que le poids de la corde ne deſcende, ni jamais par conſéquent l'étendre en ligne droite.

Galilée prend, en-ſuite de ce raiſonnement, occaſion de dire que ces deux cas ſont ſi ſemblables, que ce que l'on démontre de l'un peut être entendu de l'autre ſans difficulté : car les deux poids ſont à l'égard de la corde qu'ils-tirent, comme la vîteſſe de l'impreſſion eſt à l'égard du boulet qu'elle emporte horizontalement. Et comme ces poids, quelques péſans qu'ils ſoient, ne peuvent jamais empêcher que le poids de la corde n'agiſſe & ne la détourne de la ligne droite, où les deux poids la veulent étendre : ainſi cette impreſſion, quelque violente qu'elle puiſſe être, ne ſauroit ôter au boulet l'action de ſa péſanteur, par laquelle il ſe détourne de la ligne droite, où l'autre impreſſion le veut porter.

En effet de toutes les raiſons qui ſont à nôtre connoiſſance, il ny en a aucune qui détruiſe cette propriété de la nature : il faut pour la combatre avoir recours aux expériences comme on a fait dans la quatriéme objection. Surquoi je dirai premiérement au ſujet de celles que l'on rapporte des boulets de Canon qui tirez horizontalement mettent, comme on dit, beaucoup plus de tems à arriver à terre, qu'ils ne feroient s'ils tomboient ſeulement de leur poids de la hauteur de la bouche la piéce ; que ces expériences ſont extrémement ſuſpectes particuliérement en deux choſes, dont l'une eſt pour ce qui regarde la juſteſſe de la direction horizontale de la piéce, & l'autre eſt au ſujet de la conduite de la balle qui ne ſuit pas toûjours préciſément cette direction.

La plûpart des Canoniers s'imaginent que leur Canon eſt pointé juſtement de but en blanc, lors-qu'ayant remarqué quelque endroit oppoſé dans le niveau de leur piéce, ils la pointent vers cét endroit en mirant au long du métail, & font enſorte que la ligne de leur vûë paſſant de la culaſſe au bourlet, découvre le but où ils viſent : en quoi ils ſe trompent de beaucoup ; car le niveau de l'ame porte plus haut que cette mire, & fait par conſéquent monter le boulet au deſſus de la ligne horizontale.

Comme ſi la piéce A E eſt pointée vers un point das le niveau de la piéce comme B, enſorte que la ligne de la mire qui paſſe de la culaſſe A au haut du bourlet E découvre le but B ; il ne faut pas attendre que la balle marche au long de la droite horizontale A B, s'il eſt vrai qu'il ſuive la direction de l'ame D E, parce qu'elle n'eſt point parallele à la droite du raz de métail A C à cauſe que le métail eſt plus foible à la volée ; ce qui fait

qu'elle porte le boulet vers F & le contraint de décrire la courbe E G B pour arriver au point B.

Je ſai bien que ceux qui veulent pointer juſte ſelon la direction de l'ame de la piéce, ſe ſervent d'une eſpéce d'Equerre faite de trois régles bien droites A B, C D, F E diſpoſées deſorte que C D & F E étant attachées à angles droits, la régle A B ſe hauſſant & baiſſant au long de la régle F E, demeure toûjours parallele à C D. Car mettant C D dans l'ame de la piéce & hauſſant ou baiſſant A B juſqu'à ce que le point A ſoit ſur la mire de la culaſſe, la direction du point A par B

ſera la même que celle de l'ame ; deſorte que ſi l'on met quelque choſe de ſtable ſur le bourlet en G qui réponde à la hau-

teur du point B, l'on aura la ligne de mire A B parallele à celle de l'ame de la piéce.

Mais je ſai auſſi que lors-que la piéce eſt pointée de cette maniére, il n'arrive jamais qu'elle porte droit au but propoſé dans la diſtance de ſa portée ordinaire de niveau, & qu'il arrive au contraire que le boulet frappe beaucoup plus bas.

Chapitre 4.2.5

Réfléxions sur le sujet de l'Artillerie.

VOici quelques réfléxions que j'ai faites ſur le ſujet de l'Artillerie, par leſquelles on verra que la conduite de la balle n'eſt pas toûjours la même que celle de la direction de la piéce. Je dis donc qu'il y a beaucoup d'apparence que le feu prenant à la poudre de la charge ne l'embraze pas ſubitement toute entiére & toute à la fois pour donner au boulet, par une ſeule & unique impulſion, cette force & cette impétuoſité de vîteſſe avec laquelle il ſe meut. Au contraire il eſt bien plus probable que la véhémence de cette impreſſion lui eſt plûtôt & plus ſûrement communiquée par une infinité de percuſſions que les petits grains de la poudre allumez ſucceſſivement lui font reſſentir, ſoit en le pouſſant directement à meſure qu'ils s'enflament auprès de lui, ſoit qu'en frappant contre les côtez de l'ame & ſe réflêchiſſant une infinité de fois dans toute ſon étenduë, ils viennent auſſi ſe faire ſentir au boulet autant de fois qu'ils le rencontrent. Car il n'y a point d'épaiſſeur de métail qui fut capable de réſiſter à un ſi grand effort, s'il ſe faiſoit ſentir tout à la fois, & en un même endroit : & les Canons au premier

coup ſe mettoient en piéces. Outre que leur longueur ſeroit inutile pour leur portée : car le boulet ayant une fois reçû toute ſa force imprimée, ſeroit toûjours porté à la même diſtance, ſoit qu'il ſortît d'un Canon ou plus long ou plus court. Ce qui eſt contraire à l'expérience.

Ceci peut ſervir de régle pour la proportion que la longueur du Canon doit avoir avec ſon diametre, laquelle doit être diſpoſée de telle maniére que la poudre de la charge y puiſſe être préciſément allumée tout entiére au moment qu'il vient à en ſortir : car ſi le Canon eſt trop court, une bonne partie de la poudre ſort avec le boulet ſans faire effet, ainſi qu'il arrive ſouvent & principalement aux piéces qui ſont échauffées : & ſi la piéce eſt plus longue qu'il ne faut, en ſorte que la poudre ſoit toute enflamée avant que le boulet ſoit arrivé à la bouche ; la force peut être conſidérablement diminuée par le frottement qu'il fait tout le long du haut de l'ame avant que de ſortir.

Comme les Canons qui ont de la longueur ont plus de portée que ceux qui ſont courts, à cauſe que le boulet, avant que de ſortir, y donne tems à une plus grande quantité de poudre de s'allumer : l'on peut augmenter de beaucoup la force des Canons courts, en creuſant des petits canaux tournez en forme de ſpirale au dedans de leur ame, & pouſſant avec violence ſur la poudre une balle de plomb un peu plus groſſe que le diametre du Canon, afin qu'en ſortant elle ſoit contrainte de ſuivre le contour des canaux de la ſpirale : car par ce moïen la balle mettant autant de tems à ſortir du Canon quoi que court, qu'elle mettroit à ſortir d'un autre Canon qui ſeroit auſſi long qu'un de ces canaux étendus ; elle fera qu'il s'y allumera autant de poudre qu'il s'y en allumeroit dans l'autre, & que la force y ſera également augmentée.

L'on peut encore donner beaucoup de force aux Canons courts en creuſant en rond le fonds de leur culaſſe en forme de campane ou de cloche : car comme l'action de la poudre qui prend feu, ſe fait en rond de ſphére & tout alentour, il n'y a que cette partie qui regarde la bouche de la piéce qui pouſſe le boulet en avant, & celle qui regarde la culaſſe tombe dans le creux de la campagne qui, êtant à peu près fait de figure parabolique, la raſſemble & la refléchit tout entiére avec la même vélocité vers le boulet ; deſorte qu'il ne ſe pert rien de l'action de la poudre, qui par ce moïen ſe trouve employée tout entiére ſur le boulet. Au lieu qu'aux autres Canons le boulet ne reſſent que cette partie de l'action de la poudre qui ſe porte directement en avant, la plûpart du reſte ſe perdant ſans effet ſur le derriére & vers la culaſſe.

Chapitre 4.2.6

Suite de la réponce à la quatriéme objection.

MAis pour retourner à nôtre ſujet, l'on peut inférer de ce raiſonnement que le boulet au ſortir de la piéce ne va jamais droit au but vers lequel elle eſt pointée, & qu'il ſe détourne notablement de la ligne de la direction en montant dès le moment qu'il ſort de la bouche ; car les grains qui ſont les plus proches de la culaſſe s'allumant les premiers pouſſent par leur mouvement précipité non ſeulement le boulet, mais même les autres grains de la poudre, qui par leur propre péſanteur ſuivent le boulet, au long du fonds de l'ame, où s'alumant l'un après l'autre, ils frappent quaſi tous le boulet vers le deſſous qui n'êtant pas de calibre, à

cauſe du jeu qu'il doit néceſſairement avoir dans la piéce, eſt êlevé inſenſiblement vers le bord ſupérieur de la bouche, contre lequel il frotte tellement en ſortant qu'aux piéces qui ont beaucoup ſervi & dont le métail eſt un peu doux, l'on remarque un canal conſidérable que le boulet en ſortant y a à la fin creuſé par ce frotement.

Deſorte que le boulet, comme il paroit de tout ce diſcours, n'êtant jamais portée en ligne droite vers le but, quelque ſoin que l'on prenne de pointer la piéce horizontalement, il ne faut pas s'étonner s'il employe plus de tems à monter & à deſcendre dans toute l'étenduë de la courbe qu'il décrit, qu'il n'en mettroit à tomber ſeulement de ſon poids à la hauteur de la bouche de la piéce.

Je joindrai ici la même expérience que le Pere Merſene raporte dans ſa baliſtique, pour montrer que la nature fait toûjours obſerver ſes régles dans ſes jets en la maniére que nous les avons expliquées. C'eſt celle que M Petit a faite autrefois au Havre de Grace avec une piéce de 33 livres de balle, êlevée huit toiſes ſur le niveau de la campagne qui, pointé ſous la direction de l'angle de 22 dégrez, a chaſſé à la longueur de 1900 toiſes dans le tems de 20 ou 21 ſecondes. Car par le calcul on peut faire voir ſur cette hypothéſe que la balle s'eſt êlevée à la hauteur de près de deux cens toiſes au-deſſus du niveau de la batterie, & qu'il lui a falu dix ſecondes pour monter à certe hauteur & près d'onze ſecondes pour en deſcendre. Où il paroit que la péſanteur de la balle, dans toute l'étenduë de cette portée, a fait le même effet pour le mouvement uniformement accéléré, qu'elle auroit fait quand elle n'auroit point eû d'autre impreſſion, parcourant en deſcendant environ douze piés en une ſeconde & le reſte à proportion.

Je ne crois pas que l'on doive faire beaucoup de cas de l'expérience du jet du Dragon de Ruel raportée par le Pere Merſene ;

pour le peu d'exactitude avec laquelle elle a été faite : mais ſur celles des arquebuſes rayées, on peut dire que quand il ſeroit même véritable, ce que dit le même auteur, qu'une balle porte juſte de but en blanc à la longueur de cent toiſes en une ſeconde de tems ; il ne ſeroit pas mal-aiſé de répondre que pour peu que l'on donnât de latitude à ce qu'il appelle de but en blanc, ſon expérience ſe trouveroit entiérement conforme à nos hypothéſes. Il ne faut que ſuppoſer que la direction de l'arquebuſe ait été ſeulement d'un demi dégré ou de 35 minutes au plus, au-deſſus de la ligne horizontale, dont il eſt impoſſible de reconnoître la différence à la vûë, ou que la balle par l'impreſſion du feu de la poudre ait été portée ſuivant cette direction : car par ce moïen l'on peut voir par le calcul qu'elle ſe ſera êlevée dans le milieu de ſa courbe à la hauteur perpendiculaire de trois piés ; ce qui ſuffit pour emploïer une demi-ſeconde de tems pour arriver en montant à cette hauteur & autant pour en deſcendre, conformement aux loix naturelles du mouvement uniformement accéléré.

Que ſi l'on dit, comme il y a grande apparence, que la vîteſſe de la balle ſortant d'un arquebuſe rayée eſt beaucoup plus grande, puis qu'à la longueur de plus de cent cinquante pas elle eſt preſque égale à celle du ſon qui fait douze cens toiſes de chemin en ſept ſecondes, c'eſt-à-dire peu moins de cent toiſes en une demi ſeconde de tems : il faudra beaucoup moins de déviation de la direction horizontale ; & il ſuffira que la balle dans le milieu de ſa courſe s'êleve ſeulement à la hauteur perpendiculaire de neuf pouces pour faire quadrer le mouvement de ſa péſanteur aux loix de la nature que nous avons expliquées. Auquel cas il eſt moralement impoſſible que l'on puiſſe connoître la différence d'un jet de cette nature & de celui qui ſeroit purement horizontal.

Quoi que tout ce que je viens d'expliquer faſſe aſſez connoître, que ce que l'on dit contre nôtre hypothéſe au ſujet de la compoſition des deux mouvemens, dont l'un eſt égal & l'autre eſt uniformement accélére, n'eſt pas capable de la détruire ; je ne voudrois pas néanmoins m'opiniâtrer à ſoûtenir aveuglement, que par ce mélange il n'arrive jamais aucune mutation ni à l'un ni à l'autre. Car bien qu'il fût véritable que la péſanteur ne ſoit jamais oiſive & qu'elle agiſſe toûjours également ſur un corps, ſoit qu'il ſoit en repos, ſoit qu'il ſoit emporté de quelque rapidité que ce puiſſe être ; il ne s'enſuit pas pour cela que les eſpaces qu'elle lui fait parcourir ſur les perpendiculaires ſoient toûjours les mêmes dans les mêmes tems, quoi que peut-être ils ſoient toûjours dans les mêmes proportions.

Nous voïons dans nôtre air & dans le mouvement ordinaire des corps qui ſont autour de nous, qu'un poids tombant parcourt environ trois piés huit lignes & demie au commencement de ſa chûte dans le tems d'une demi ſeconde, & environ douze piés deux pouces dix lignes dans celui d'une ſeconde entiére, & ainſi du reſte en faiſant les eſpaces proportionels aux quarrez de tems. Mais qui peut nous aſſûrer que dans un air beaucoup plus êlevé ou plus abaiſſé vers le centre de la terre, plus péſant ou plus léger, ou même agité d'une autre maniére que le nôtre, un corps en tombant ne parcoure pas un eſpace plus grand ou moindre que celui de trois piés demi ſeconde du tems de ſa chûte, & que les autres eſpaces dans la ſuite de leur mouvement ſoient entr'eux en proportion des quarrez des tems.

Et ſi l'air, comme nous le voyons par les expériences admirables du Barometre, ne péſe jamais plus que lorsqu'il eſt le plus pur, le plus ſerain & le moins agité ; comme au contraire il ne pa-

roît jamais plus léger que lors-qu'il eſt battu des vents ou chargé de nuages épais, leſquels y font apparemment des mutations, qui pour nous être inconuës, ne laiſſent pas de ſuſpendre en quelque maniér l'effet de ſa péſanteur naturelle : pourquoi ne pourrons nous pas, par la même raiſon, préſumer que la violente rapidité de l'impreſſion que le feu de la poudre communique à un boulet de Canon, ne puiſſe au ſortir de la piéce interrompre l'effet ordinaire de ſa péſanteur ; & faire que les eſpaces qu'il parcourt ſur les perpendiculaires dans le commencement de ſon mouvement, ne ſoient pas ſi grans qu'ils ſeroient, ſi le boulet n'avoit point d'autre impreſſion que celle de ſa gravité, quoi que ces eſpaces fuſſent toûjours dans la proportion des tems du mouvement ?

Quoi qu'il en ſoit néanmoins, cette différence ne ſauroit tout au plus faire autre effet ſur la ligne de projection des mobiles, que de les rendre peut-être un peu plus droites au commencement de leur courſe qu'il ne faudroit pour être exactement paraboliques, ainſi que Galilée l'a fort bien remarqué : ſans que pour cét effet les proportions de leurs êtenduës ſuivant la différence de leurs directions, & ſuivant les nombres qui leur ſont aſſignez dans les tables que nous avons propoſées ci-devant, ſe trouvent aucunement altérées.

Chapitre 4.2.7

Réponce à la cinquiéme objection.

L'On ne ſauroit apporter trop de rigueur à l'examen des propoſitions de cette partie de Mathématique que l'on appelle pure,

c'eſt-à-dire de celle qui conſidére la quantité abſolument détachée de la matiére. Et c'eſt en ce ſens qu'il fuat prendre cette belle maxime d'Ariſtote qui dit, qu'il eſt également impertinent d'exiger des démonſtrations dans les raiſonnemens de l'Orateur & de ſe rendre aux raiſons probables & vrai-ſemblables du Mathématicien.

Mais on ne doit pas avoir tant de ſévérité pour celles qui ſont tirées de la Mathématique que l'on appelle Mixte, dont le ſujet eſt la quantité compliquée & attachée à la matiére ; parce qu'étant pour la plûpart fondées ſur des principes de phyſique, dans la conſidération deſquels l'eſprit humain ſe confond environné de ténébres épaiſſes : il ne faut pas s'étonner s'il ne les débroüille que ſur des conjectures, & s'il ne les appuïe que de raiſons tirées de ſes expériences.

Il croit beaucoup faire en ces matiéres, ſi les principes qu'il établit n'ont rien d'abſurde, s'ils ſont conformes aux maniéres ordinaires d'agir de la nature, c'eſt-à-dire s'ils ſont ſimples, aiſez & débaraſſez, s'ils ſervent à expliquer tout ce qui ſe fait ſur ce ſujet, & ſi l'on ne peut pas tirer de leur poſition, aucune conſéquence impertinente ou impoſſible.

En effet l'on n'a rien à reprocher en un ſiſtéme de phyſique, lors-que toutes ces conditions ſe rencontrent dans ſes hypothéſes ; & c'eſt en-ſuite à la Mathématique à en ntirer les conſéquences néceſſaires, dont les démonſtrations ne doivent pas être moins rigoureuſement examinées que celles de la Mathématique pure ; parce que le même art qui ſert à la Géometrie à former ſes concluſions ſur les premiers principes que la Métaphyſique lui fournit, ſert auſſi à la Mécanique à prouver ſes propoſitions par les principes poſez ſur les hypothéſes phyſiques.

C'eſt donc ſur ce pié qu'il faut examiner les diverſes définitions que l'on donne à l'accélération du mouvement des corps qui tombent, & voir ſi êtant uniforme elle ſe fait de telle ſorte que le mobile aquiert à tous les momens égaux de ſa chûte des dégrez égaux de vîteſſe ſuivant le ſentiment de Galilée que nous avons poſé pour fondement de toute cette doctrine, ou ſi cét accroiſſement de vélocité ſe fait à proportion des eſpaces que le mobile parcourt en tombant, ainſi que d'autres l'ont crû.

Chapitre 4.2.8

Raisons de Galilée pour montrer que la vîtesse du Corps qui tombe ne s'acroit pas à proportion des espaces.

GAlilée aſſûre d'abord que cette derniére opinion enferme une abſurdité, & que pour être véritable il faudroit que le mouvement de la chûte des corps ſe fit en un inſtant. Car poſant, comme il dit, que le mobile parcourre en tombant l'eſpace A B ; s'il eſt vrai qu'êtant diviſé comme en C : la vîteſſe aquiſe au point C ſoit à la vîteſſe aquiſe au point B, comme l'eſpace A C eſt à l'eſpace A B : l'on pourra dire que l'eſpace A B ſera parcouru dans le même tems que l'eſpace A C ; car toutes les fois que les eſpaces ſont entr'eux comme les vîteſſes mobile qui les parcourt, les eſpaces ſont parcourus dans les mêmes tems. Or il ne ſe peut faire, que la toute A B ſoit paſſée dans le même tems que ſa partie A C, ailleurs que dans le mouvement qui ſe fait en un inſtant ; il eſt donc faux

de dire que les vîteſſes s'augmentent à proportion des eſpaces parcourus.

Mais ce raiſonnement quoi que vrai, comme on dit, dans la matiére eſt paralogiſtique dans ſa forme. Car cette propoſition, par laquelle il dit que les eſpaces ſont parcourus en même tems lors-qu'ils ſont entr'eux en même proportion que les vîteſſes, eſt claire d'elle-même dans le mouvement égal & uniforme : mais elle peut être abſolument niée dans le mouvement accéléré ; nonobſtant mêmes toutes les raiſons dont Gaſſendi ſe ſert pour la confirmer, leſquelles quoi que véritables & ingénieuſes, n'ôtent pas entiérement l'obſcurité de cette poſition.

Chapitre 4.2.9

Raisons de Gassendi au même sujet.

IL eſt bien plus ſûr pour détruire cette opinion de ſe ſervir des raiſonnemens que le même Gaſſendi rapporte dans ſes Epîtres contre le Pere le Cazre Jeſuite & contre un certain Michel Varron, qui eſt apparament le premier qui l'a produite ſur la fin du ſiécle paſſé, & de montrer qu'il s'enſuit pluſieurs abſurdités ſi l'on dit que les vîteſſes s'augmentent à proportion des eſpaces.

Car l'on peut premiérement faire voir ſur cette hypothéſe que le mouvement peut être continuellement accéléré ſans qu'il ſoit aucunement uniforme, ce qui eſt peu conforme aux loix de la nature. Il ne faut que prendre deux lignes A B & A C ſe rencontrant en A à tel angle que l'on veut comme B A C, & une troiſiéme D E,

qui faiſant avec les deux autres les angles C A D, B A E égaux, ſoit entenduë deſcendre au long des mêmes A B, A C demeurant toûjours parallele à elle-même : car ſi la droite A B étant diviſée en parties égales comme aux points F, G, K, l'on prend ces mêmes parties pour la meſure des eſpaces parcourus par la chûte d'un

mobile ; les lignes F H, G I, c'eſt-à-dire les portions de la droite D E compriſes entre les deux A B, A C, pourront être priſes pour meſures des vîteſſes aquiſes, enſorte que F H ſoit la vîteſſe aquiſe lors-que le mobile a parcouru l'eſpace A F, G I, celle qu'il a après avoir paſſé l'eſpace A G, & ainſi des autres ; & par ce moïen les vîteſſes s'augmenteront ſuivant la proportion des eſpaces. Maintenant ſi nous poſons que l'eſpace A F ait été parcouru par exemple dans le tems d'une minute d'heure, au bout de laquelle le mobile ſans interruption de mouvement employe une heure entiére à paſſer le ſecond eſpace F G, & le troiſiéme eſpace G K en moins d'une ſeconde, & enfin le quatriéme K B dans le tems d'un jour entier. Je ne crois pas que l'on puiſſe dire que le mouvement de ce mobile, qui ſe fait ſi inégalement pour le tems dans toute l'étenduë de ſa chûte A B, eſt uniforme quoi qu'il ſoit toûjours continu ; & cependant il eſt conforme à la définition, la vîteſſe en quelque endroit que l'on la prenne étant à la vîteſſe comme l'eſpace paſſé eſt à l'eſpace ; car la droite K L qui meſure la vîteſſe aquiſe en K, eſt toûjours à la droite B C qui meſure celle que le mobile a aquiſe en B, comme l'eſpace A K eſt à l'eſpace A B ; & la vîteſſe en I marquée par G I eſt à la vîteſſe en F marquée par H F, comme l'eſpace A G eſt à l'eſpace A F, quelque diformité qu'il y puiſſe avoir dans la ſuite de ce mouvement.

L'origine de tout le mal vient de ce que dans cette définition du mouvement uniformement accéléré, il n'eſt point parlé du

tems, ſans qui néanmoins on ne peut rien diſtinguer dans les vîteſſes, dont à bien parler il faut le caractère eſſentiel : car lorsqu'elles ſont ſeulement comparées aux eſpaces, il eſt naturel de dire que la vîteſſe qui paſſe un grand eſpace eſt plus grande que celle qui n'en parcourt qu'un petit, quoi que cette derniére comparée au tems du mouvement puiſſe être infiniment plus grande que l'autre.

C'eſt ce qui donne lieu d'inférer comme une conſéquence néceſſaire de cette poſition que le mobile doit parcourir un eſ&ace infini en un moment : car prenant pour la meſure de la chûte d'un mobile un eſpace comme A B diviſé en parties égales aux points C, D, E, F, &c. Si l'on entend que le mobile ait parcouru le premier eſpace A C dans un certain moment de tems ; il eſt conſtant que la vîteſſe en D étant double de la vîteſſe en C comme l'eſpace A D eſt double de l'eſpace C D, il ne faudra pour paſſer l'eſpace C D que la moitié du tems qu'il a falu pour paſſer A C. Par la même raiſon la vîteſſe en E étant double de la vîteſſe en D comme l'eſpace C E eſt double de D E, l'eſpace D E ſera paſſé dans la moitié du tems qu'il a falu pour paſſer C D, c'eſt-à-dire dans le quart de celui de A C. Ainſi E F ſe paſſera dans la moitié du tems de D E, c'eſt-à-dire dans la huitiéme partie du tems de A C, & F G dans la ſeiziéme partie du même premier tems A C : & ainſi du reſte à l'infini en continuelle progreſſion ſous-double. Mais toutes ces fractions 12 : 14 : 18 : 116 : &c. ne compoſent un moment entier égal au premier que dans l'infini : poſant donc l'eſpace A C ayant êté parcouru dans un moment, il s'enſuit que le mobile parcourra un eſpace infini dans le tems d'un ſecond moment égal au premier.

Si l'on dit que les vîteſſes dans chaque eſpace ne doivent pas être comparées à celle de l'eſpace immédiatement précédent, mais bien à tous les eſpaces paſſez depuis le commencement de ſa chûte, enſorte que celle du ſecond eſpace ſoit double de celle du premier, celle du troiſiéme triple, celle du quatriéme quadruple &c. Il ſera toûjours vrai de dire ſi le premier eſpace eſt parcouru dans un certain tems, qu'il ne faudra que la moitié de ce tems pour paſſer le ſecond eſpace où la vîteſſe eſt double de celle du premier, & un tiers du même tems pour paſſer le troiſiéme eſpace où la vîteſſe eſt triple, & un quart pour le quatriéme comme la vîteſſe eſt quadruple, un cinquiéme au cinquiéme, un ſixiéme au ſixiéme, & ainſi des autres. Deſorte qu'ajoûtant ces fractions comme 12,13,14 qui font un peu plus d'un moment entier de tems égal au premier, pendant que le mobile paſſe le ſecond, le troiſiéme & le quatriéme eſpace. Et celles-ci 15:16:17:18:19:110:111 : qui font encore un peu plus d'un moment entier égal au premier, pendant quoi le mobile paſſe le cinquiéme, le ſixiéme, le ſeptiéme, le huitiéme, le neuviéme, le dixiéme, & l'onziéme eſpace & ainſi des autres ; nous pourrons dire que le mobile parcourant un de ces eſpaces au premier tems, il paſſera un peu plus de trois eſpaces ſuivans au ſecond tems, & peu plus de ſept eſpaces au troiſiéme, & par la même raiſon plus de vint eſpaces au quatriéme, plus de cinquante deux au cinquiéme, plus de huitante quatre au ſixiéme, & ainſi à l'infini ſuivant la progreſſion de ces nombres 1 : 3 : 7 : 20 : 52 : 84 : qui eſt près de la triple & fort éloignée de celle qui ſe voit par l'expérience dans la chûte des corps.

L'expérience même que le Pere le Cazre rapporte pour confirmer ſon opinion, la détruit & ſert principalement à établir celle de Galilée. Prenés, dit-il, une balance dont un des baſſins ſoit poſé

ſur une table & l'autre en l'air ; & laiſſez tomber dans celui-ci une bale de plomb : vous verrez que tombant de la hauteur d'un de ſes diametres, elle êlevera le double de ſon poids mis dans l'autre baſſin, & le triple ſi elle tombe de la hauteur de deux de ſes diametres, comme le quadruple ſi elle tombe de trois fois ſa hauteur & ainſi des autres. D'où il s'enſuit que les percuſſions êtant les mêmes que les vîteſſes, & celles-là êtant proportionées aux eſpaces parcourus par la chûte du mobile, les vîteſſes ſeront auſſi comme les eſpaces.

Mais cette expérience eſt fauſſe ; & une balle de plomb tombant de la hauteur d'un de ſes diametres n'êlevera pas ſeulement le double de ſon poids mais plus de ſix ou ſept fois autant. Et ce qui eſt de plus remarquable, c'eſt qu'ayant déterminé ce que cette balle peut êlever tombant d'une certaine hauteur : ſi l'on veut qu'elle en êleve le double, il faut la faire tomber du quadruple de la même hauteur ; & pour en êlever le triple, la hauteur de ſa chûte doit être neuf fois plus grande que celle de la premiére, & ſeize fois plus grande pour êlever le quadruple du premier poids & ainſi du reſte ; enſorte que les hauteurs ſoient toûjours en raiſon doublée de celle des poids. Ce qui ſert à confirmer la définition de Galilée, ainſi que nous dirons ci-après.

Chapitre 4.2.10

UN MOBILE EN TOMBANT AQUIERT À CHAQUE MOMENT UN NOUVEAU DEGRÉ DE VÎTESSE.

NOus pourrions tirer mille autres conſéquences abſurdes de cette

poſition, auſſi-bien que de toutes les autres de la même nature : comme de celles qui veulent que le mobile parcoure des eſpaces dans les tems égaux en raiſon double ou triple &c. ; dont la fauſſeté ſe connoit par l'expérience. Mais pour ne point nous arrêter plus long-tems inutilement ſur cette matiére, nous allons expliquer les raiſons qui ſervent à établir la définition de Galilée, & faire voir qu'elle a ſeule toutes les conditions qui nous ont ci-devant paru néceſſaires à un principe de phyſique : c'eſt-à-dire qu'elle n'a rien d'abſurde ; qu'elle eſt conforme aux loix ordinaires de la nature, êtant ſimple, uniforme, aiſée ; & que tout ce qui arrive au mouvement accéléré des corps qui tombent, peut-être facilement expliqué par ſon moïen, ſans que ſa poſition l'on puiſſe tirer aucune conſéquence impoſſible ou impertinente.

Galilée après avoir dit qu'il n'y a rien de plus uniforme, de plus facile ni de plus conforme aux maniéres ordinaires de la nature, que de dire au ſujet de l'accélération du mouvement des corps qui tombent, qu'un mobile en tombant aquiert en tous les momens égaux de ſa chûte, des dégrez égaux de vîteſſe ; & après avoir ſuppoſé par forme de pétition (qui a depuis été démontrée par Torricelli,) que le mobile en tombant ſur des plans diverſement inclinez aquiert un même dégré de vîteſſe par tout, où il y a même hauteur perpendiculaire : il fait voir qu'il ſuit néceſſairement de ſa définition que les eſpaces, que le mobile parcourt, ſont entr'eux en raiſon doublée des tems qu'il employe à les parcourir ; enſorte que l'eſpace qu'il parcourt en deux tems, eſt quadruple de celui qu'il a paſſé dans le premier tems, & celui qu'il parcourt en trois tems, eſt neuf fois plus grande que le même. D'où il arrive que ces eſpaces parcourus dans des tems égaux ſe ſuivent, à commencer du point de repos, en continuelle progreſſion des premiers nombres impairs 1 : 3 : 5 : 7 : 9 : &c. Enſorte que ſi le mobile paſſe

un eſpace au premier tems, il en parcourra trois au ſecond, cinq au troiſiéme, ſept au quatriéme, neuf au cinquiéme, & ainſi des autres : ainſi que nous l'avons expliqué ci-devant.

Chapitre 4.2.11

Prouvé par diverses expériences.

ET comme par l'expérience que Galilée propoſe en-ſuite de ce raiſonnement, il paroit que les mouvemens des corps qui tombent, obſervent exactement ces proportions ; il conclut hardiment, par une eſpéce de démonſtration, que l'on appelle dans les écoles à poſteriori, que ſa définition eſt véritable.

Voici ſon expérience. Dans une piéce de bois de la longueur de dixhuit ou vint piés & de la largeur de neuf ou dix pouces en un ſens & de trois pouces en l'autre, j'ai, dit-il, fait creuſer dans toute l'étenduë de la piéce un canal d'un pouce de largeur ſur le côté le plus êtroit, que j'ai fait tirer le plus droit & le plus uni qu'il a été poſſible, colant même au dedans du parchemin tres-fin & bien liſſé afin d'y pouvoir faire librement couler une balle de bronze parfaitement ronde & polie. Puis êlevant cette piéce de bois plus ou moins pour lui donner diverſes inclinations, j'ai remarqué le tems juſte que la balle employoit à deſcendre tantôt dans toute la longueur, tantôt dans la moitié, dans le quart, dans d'autres de ſes différentes parties : & des expériences répétées plus de cent fois en tous les cas, il s'eſt toûjours trouvé que les eſpaces parcourus en toutes ſortes d'inclination, êtoient entr'eux comme les quarrez des tems de leur paſſage ; & que les tems de la chûte ſui-

vant les diverſes inclinations, êtoient en raiſon ſous-doublée & réciproque, ainſi que nous l'avons dit ci-devant ; ſans qu'il y ſoit jamais arrivé la moindre choſe au contraire.

Et pour être parfaitement aſſûré de la meſure du tems : ayant, dit-il, fait attacher en haut un grand vaiſſeau plein d'eau avec un tuyau très-fin ſoudé au fond, par lequel il découloit un petit filet d'eau, l'on la recevoit avec grand ſoin dans un verre pendant le paſſage de la balle : puis la péſant dans la derniére juſteſſe avec une balance tres-exquiſe, l'on connoiſſoit par la différence des poids de l'eau, la différence des tems que la balle employoit à parcourir ſes différens eſpaces. Et cela avec tant de préciſion que les tems de la chûte dans toutes ces obſervations répétées infinies de fois, ne ſe ſont jamais trouvez avec une différence qui fut ſenſible dans un même cas.

Nous pouvons joindre à ceci les expériences qui ſe ſont faites depuis Galilée par Gaſſendi, par le Pere Merſene & par d'autres ; & particuliérement celle que l'on a faite au long d'un mur de quarante huit piés de haut marquées par des lignes bien connoiſſables à la hauteur premiérement de vint-un piés à commencer du pié de la muraille, puis à celle de quinze piés audeſſus, puis de neuf & enfin à celle de trois piés : & ayant premiérement conſidéré qu'un corps qui tombe paſſe un eſpace de trois pouces dans le tems d'un demi ſeconde qui ſe trouve ſouvent égal à un battement d'artere ; l'on a vû par une expérience répétée pluſieurs fois que laiſſant tomber une balle aſſez groſſe de toute cette hauteur de quarante huit piés, ſi elle ſe trouvoit préciſément au droit de la premiére marque en deſcendant de la hauteur de trois piés au premier battement d'artere ou ou d'une pendule de neuf pouces de longueur, elle répondoit juſtement vis à vis de la

ſeconde marque en deſcendant de la hauteur de neuf piés au ſecond battement, & vis à vis de la troiſiéme marque en deſcendant de la hauteur de quinze piés au troiſiéme battement, & qu'enfin elle touchoit à terre après être deſcenduë de vint-un piés au quatriéme. D'où vient que ſi nous prenons les premiers 3 piés pour le premier eſpace parcouru dans le premier tems ; le ſecond eſpace de 9 piés ſera triple du premier au ſecond tems, le troiſiéme de 15 piés au troiſiéme tems ſera quintuple ; & enfin le quatriéme de 21 piés au quatriéme tems ſera ſeptuple ; & ainſi des autres dans la ſuite des premiers nombres impairs.

Ainſi appliquant par un bout, au bas du diametre perpendiculaire d'un grand cercle décrit ſur une muraille, une régle bien droite creuſée dans ſa longueur, comme celle dont Galilée s'eſt ſervi dans ſon expérience, & hauſſant l'autre bout en toutes ſortes d'inclination au long de la circonférence du cercle ; ſi on laiſſe tomber ceux balles dans un même tems, l'une de l'extrémité ſupérieure du même diametre perpendiculaire & l'autre dans le canal de la régle, du point où elle touche la circonférence en quelqu'angle d'êlévation que ce puiſſe être ; elles ſe trouveront toutes deux enſemble préciſément au même tems à terre.

Ceci ſe confirme par divers autres effets de la nature qu'il eſt malaiſé de bien expliquer par autre voye que par cette ſuppoſition. Ce que nous avons dit, par exemple, de l'expérience du P. Le Cazre, c'eſt-à-dire d'une balle de plomb qui, tombant d'une certaine hauteur dans le baſſin d'une balance, & êlevant un certain poids mis dans l'autre baſſin, doit tomber d'une hauteur quadruple de la premiére ſi l'on veut qu'elle êleve le double du premier poids, & d'une hauteur 9 fois plus grande pour êlever le triple, & 16 fois plus grande pour le quadruple, 25 fois pour le

quintuple. Et ainſi des autres, enſorte que les hauteurs ſoient toûjours en raiſon doublée des poids.

Cela, dis-je, ne peut être facilement entendu, ſi l'on ne dit que la différence des poids êlevez marque la différence des percuſſions de la balle tombant dans le baſſin : & ces percuſſions n'êtant différentes qu'à proportion des vîteſſes aquiſes par la chûte du mobile, comme les différentes hauteurs ne ſont que les eſpaces que le mobile parcourt pour les aquérir ; il s'enſuit que les eſpaces parcourus ſont entr'eux en raiſon doublée ou comme les quarrez des vîteſſes aquiſes, conformement à la définition de Galilée.

Celle-ci eſt encore de la même nature. Prenez un tuyau debout dans lequel il y ait de l'eau qui demeure toujours à une certaine hauteur comme à celle d'un pié, & recevez celle qui en découle pendant un certain tems par un petit trou comme d'une ligne de diametre creuſée dans le fond du tuyau, (qui ſoit par exemple d'une demi livre d'eau dans le tems de 13 ſecondes.) Si vous voulez en avoir deux fois autant, c'eſt-à-dire un livre qui coule dans le même tems & par le même trou, il faudra que l'eau ſoit toûjours dans le même tuyau à la hauteur de 4 piés, à celle de 9 piés ſi l'on veut en avoir le triple ou une livre & demie, & de 16 piés pour le quadruple ou pour deux livres, & ainſi du reſte, enſorte que les hauteurs de l'eau dans le tuyau, ſoient toûjours comme les quarrez des poids de l'eau qui s'êcoule dans un même tems.

Or comme la différence de la quantité de l'eau qui paſſe par un même trou en même tems, ne vient que de la différence vîteſſe avec laquelle elle s'écoule ; & comme cette différente de vîteſſe ne provient que de la quantité de l'eau qui péſe au deſſus & qui ſe fait ſentir à la proportion de ſa hauteur dans le tuyau : il paroît que

ces mêmes hauteurs ſont entr'elles en raiſon doublée des vîteſſes qu'elles impriment à l'eau de deſſous ; leſquelles étant les mêmes que celles que l'eau auroit aquiſes en tombant des mêmes hauteurs, c'eſt-à-dire en parcourant les mêmes eſpaces ; il s'enſuit toûjours que les eſpaces parcourus ſont entr'eux en raiſon doublée des vîteſſes.

Si le tuyau êtant plein juſqu'au ſommet vous laiſſez écouler toute l'eau par le même trou, vous verrez avec plus de facilité que les eſpaces que l'eau parcourt en diminuant dans le tuyau dans des tems égaux ſe ſuivent en progreſſion des nombres impairs. Comme ſi le tuyau étant de trois piés de haut ou de 36 pouces, vous remarquez que l'eau deſcende de la hauteur d'onze pouces en trois battemens d'artere ou d'une pendule, elle deſcendra préciſément de 9 pouces, puis de 7, puis de 5, de 3, & enfin de la derniére hauteur d'un pouce. Et toûjours dans le même tems de trois battemens ; conformement à la nature du mouvement expliqué par Galilée.

Or pour montrer que l'eau qui péſe dans le tuyau imprime à celle du fond, la même vîteſſe qu'elle auroit aquiſe ſi elle êtoit tombée de la hauteur où ſa ſurface ſupérieure ſe trouve dans le même tuyau : il ne faut que faire enſorte que l'eau ſortant par le fonds puiſſe rejaillir vers le haut à plomb ; car on la verra remonter à la même hauteur de cette ſurface ſupérieure, (ſi l'air & les autres empéchemens de dehors ne lui ôtoient rien de ſa vîteſſe,) ainſi qu'elle ſeroit ſi c'êtoit un corps ſolide, & qui pût-être reflêchi, lequel en tombant de la même hauteur auroit aquis un dégré de vîteſſe capable de le faire remonter au lieu d'où il ſeroit parti.

Attachez deux cordes de même longueur & groſſeur ſur un ligne horizontale à un mur comme à la hauteur de trois piés, les

faiſant ſoûtenir ſur un appui parallele au mur à la même hauteur ; faites pendre à chacune à l'autre bout un poids égal, comme d'une liver, qui les tienne l'un & l'autre en ſituation horizontale mollement, mais également bandées & paralleles entr'elles. Enſuite les tirant toutes deux enſemble horizontalement par leur milieu, laiſſez les aller en même tems, & vous verrez premiérement qu'elles feront diverſes allées & venuës horizontales qui ſeront toutes dans des tems égaux ſoit dans le commencement ou dans la fin de leur mouvement. Cela poſé : ſi vous voulez que les vibrations de l'une, comme de la premiére, ſe faſſent deux fois plus vîte que celles de la ſeconde, enſorte que celle-là en faſſe deux dans le tems que celle-ci n'en fera qu'une ; il ne faut que bander la premiére deux fois plus que la ſeconde en lui attachant un plus grand poids : & ce poids pour cét effet ne doit pas être ſeulement de deux livres, c'eſt-à-dire double du premier poids que nous avons ſuppoſé d'une livre, mais bien de quatre livres ou quadruple, & de 9 livres ſi l'on veut que les vibrations ſoient triples, de 16 livres ſi on les veut quadruples, & ainſi des autres ; enſorte que les poids ſoient toûjours en raiſon des quarrez des vîteſſes des vibrations.

Or comme cette différence de poids pour produire cette différence de vîteſſe, fait le même effet qu'un même poids qui tomberoit de différentes hauteurs : il paroît que ces hauteurs êtant proportionnées au poids ſeroient toûjours entr'elles en raiſon doublée des vîteſſes.

Toutes ces expériences font voir cette admirable uniformité de la nature dans ſes actions, qui ſe rencontrent par tout ſi conforme à la poſition de Galilée : à quoi nous allons encore ajoûter l'expérience des pendules. Attachez en haut des cordes de différentes

longueurs avec des poids pendans au bout ; enſorte néanmoins que les longueurs ſoient comme les nombres quarrez 1, 4, 9, 16, &c. Comme ſi celle de la premiére eſt d'un pié, que la ſeconde ſoit de 4 piés, la troiſiéme de 9 piés, la quatriéme de 16 piés, &c. puis éloignant les poids de leur poſition de repos, c'eſt-à-dire de la perpendiculaire, laiſſez les aller toutes en même tems ; & vous verrez que les vibrations ou allées & venuës de la plus petite ou de celle d'un pié, iront quatre fois plus vîte que celles de la plus grande de 16 piés, trois fois plus vîte que celles de 9 piés, & deux fois plus vîte que celle de 4 piés ; c'eſt-à-dire que dans le tems que la pendule de 16 piés fera un de ſes vibrations, celle de 4 piés en fera deux, & celle d'un pié en fera quatre ; & dans le tems d'une des vibrations de celle de 9 piés, celle d'un pié en fera trois ; & cela dans une juſteſſe admirable, enſorte que les nombres des vibrations ſoient toûjours entr'eux en raiſon doublée des longueurs des cordes.

Pour bien entendre ceci : ſuppoſant que la corde A F où pend le poids F ſoit quadruple de la corde A B où pend le poids B ; l'arc F G ſera quadruple de A C & F H de B D ; ainſi la droite I H qui eſt la hauteur perpendiculaire que le poids F parcourt en deſcendant de F en H, ſera quadruple de la droite E D qui eſt la hauteur perpendiculaire parcouruë par le poids B deſcendant de B en D. Maintenant comme on fait par l'expérience que les vibrations de la pendule B ſont doubles de celle de la pendule F, le tems du paſſage de F en H ſera égal au tems du paſſage de B en C, c'eſt-à-dire double du tems du paſſage de B en D : mais dans le tems du paſſage de F en H, le mobile F a parcouru l'eſpace perpendiculaire I H quadruple de l'eſpace perpendiculaire E D que le mobile B a parcouru dans le tems du paſſage de B en D ; il paroît donc

que les eſpaces parcourus par les mobiles ſont entr'eux en raiſon doublée des tems de leur paſſage.

Ces mêmes eſpaces ſont auſſi comme les quarrés des vîteſſes des mêmes mobiles : car le poids F parcourant l'eſpace F H dans le même tems que le poids B parcourt l'eſpace B C ; & l'eſpace F H étant double de l'eſpace B C ; (car il eſt quadruple de B D :) il s'enſuit de la vîteſſe du poids F eſt double de la vîteſſe du poids B, & qu'elle eſt par conſéquent à la vîteſſe du poids B en raiſon ſous doublée de l'eſpace perpendiculaire H I qu'il parcourt ; à l'eſpace perpendiculaire E D parcouru par le poids B.

L'on peut encore montrer par une autre expérience que la vîteſſe du poids F eſt ſeulement double de la vîteſſe du poids B, quoi que la longueur de la corde A F ſoit quadruple de la longueur A B : il ne faut que mettre une balle en H ſur une régle qui pend en F la puiſſe fraper bien à plein en tombant de F en H ; & un autre au point D qui puiſſe recevoir l'impreſſion de la balle B tombant de B en D ; car faiſant l'expérience avec ſoin, & ſuppoſé que les balles ſoient égales par tout, on trouvera que la balle en H ſera chaſſée deux fois plus loin ſi la corde A F étoit neuf fois plus longue, que A B, & quatre fois ſi elle êtoit ſeize fois plus longue, & ainſi des autres.

Chapitre 4.2.12

Raisonnemens de Balian au même sujet

IE ne veux pas oublier que Balian Sénateur de la République de

Génes dans ſon livre du mouvement, qui a paru dans le même tems que celui de Galilée, ſe ſert de l'expérience des pendules pour démontrer ce que Galilée tire en conſéquence de ſa définition ; c'eſt-à-dire que les eſpaces parcourus par un mobile tombant ſont entr'eux en raiſon doublée des tems qu'il employe à les parcourir.

Pour cét effet il ſuppoſe. 1.Que l'on peut prendre dans la circonférence d'un cercle un arc tellement petit qu'il ne ſera point différente de ſa tangente au moins ſenſiblement, & que ce que l'on dira de l'un pourra être entendu de l'autre ſans erreur.

2.Que le mouvement des pendules dans leur commencement n'eſt point différent du commencement de celui des corps qui tombent.

3.Que les tems du paſſage de deux pendules par des arcs ſemblables & ſemblablement poſez, ſont entr'eux comme les tems de leurs vibrations entiéres, c'eſt-à-dire en raiſon ſous-doublée des longueurs de leurs cordes.

4.Et qu'enfin une ligne droite étant priſe, de quelque grandeur qu'elle ſoit en peut trouver un cercle tellement grand, que cette droite ſera la tangente d'un arc qui n'en ſera point ſenſiblement différent.

Tout ceci s'explique par cette figure, où la droite A C eſt horizontale & A E perpendiculaire à l'horizon, les pendules ſont D & E pendant en A aux deux cordes A D, A E : il dit premiérement que dans le cercle B F D décrit par la pendule D êlevée juſqu'à l'horizontale A B, l'on peut prendre un arc tellement petit à commencer du point B, qu'il ne différera point ſenſiblement de la ligne droite, qui au même point B ſeroit tangente du même arc :

& comme cette tangente ſeroit perpendiculaire à l'horizon ; il s'enſuit en ſecond lieu, que le mouvement du poids de la pendule B par ce petit arc ne ſera point différent du mouvement du même poids B qui tomberoit librement par cette tangente. En troiſiéme lieu ſi l'on mene

du point A la droite A F G qui coupant la circonférence B D en F & C E en G, faſſe les arcs B F, C G ſemblables & ſemblablement poſez à l'égard du commencement de la chûte : il dit que le tems du paſſage de la pendule B par l'arc B F eſt au tems du paſſage de la pendule C par C G en même raiſon que le tems de la vibration entiére B D K eſt à celui de la vibration C E L c'eſt-à-dire, comme il ſe voit par l'expérience, en raiſon ſous-doublée de celle de la ligne A D à A E. Soit enfin l'arc B F ſi petit qu'il ne différe point ſenſiblement de ſa tangente qui ſoit H I ; il eſt conſtant que ſi l'on fait que le rayon A B ſoit à un autre comme A C, ainſi que la droite H I eſt à un autre droite H M de quelque grandeur qu'elle puiſſe étre, l'arc C G dans la circonférence de ce grand cercle ne ſera point différent ſenſiblement de la droite H M qui en ſera la tangente, comme H I eſt la tangente de l'arc B F ; & ce que l'on dira que l'arc C G pourra être entendu de la droite H M ſans aucune erreur. Cela poſé, il fait ce Théorême.

Les eſpaces parcourus par un mobile tombant à commencer du point de repos, ſont entr'eux comme les quarrez des tems que le mobile employe à les parcourir.

Soient, dit-il, deux eſpaces H I & H M parcourus par un mobile tombant du point de repos H. Je dis que la droite H I eſt à H M comme le quarré du tems que le mobile employe à paſſer l'eſpace H I, eſt au quarré du tems de ſon paſſage par H M. Soit A B demi-diametre d'un cercle tellement grand que l'arc comme

B F, dont la tangente au point B ſur l'horizontale A C eſt égale à H I, ſoit ſi petit à l'égard de toute la circonférence, qu'il ne ſoit point différent ſenſiblement de la perpendiculaire H I ; & comme H I eſt à H M, ainſi le rayon A B ſoit à un autre comme A C, dont la circonférence ſera par conſéquent ſi grande que l'arc C G coupé par la droite A F continuée, ſera auſſi tellement petit à l'égard de toute ſa circonférence qu'il ne différera point ſenſiblement de ſa tangente, laquelle ſera égale à H M & perpendiculaire au point C. Il n'y aura donc point, par la ſeconde ſuppoſition, de différence entre le mouvement de la pendule B par l'arc B F & celui du poids tombant librement du point B par la tangente perpendiculaire égale à H I, ni entre le mouvement de la pendule C par l'arc C G & celui du poids tombant de C par la tangente perpendiculaire & égale à H M ; & le tems de l'un ſera égal au tems de l'autre. Or comme les arcs B F, C G ſont ſemblables & ſemblablement poſés, le tems du paſſage de B par l'arc B F eſt par la troiſiéme ſuppoſition, au tems du paſſage de C par l'arc C G, comme le tems de la vibration entiére B D K eſt au tems de la vibration C E L : & ces tems êtant par l'expérience en raiſon ſous doublée des longueurs des cordes A B, A C ; il s'enſuit que le tems du mobile tombant par la perpendiculaire H I eſt au tems de ſon paſſage par la perpendiculaire H M, en raiſon ſous doublée des longueurs A B, A C. Mais A B par la conſtruction eſt à A C comme H I eſt à H M ; donc H I eſt à H M comme le quarré du tems du mobile tombant par H I eſt au quarré du tems de ſon paſſage par H M.

Chapitre 4.2.13

Raissonnemens de Monsieur Hugens.

MOnſieur Hugens dans ſon livre des horloges à pendules a voulu démontrer ce que Galilée prend pour principe dans ſa définition, diſant dans ſa premiére propoſition de la chûte des poids, qu'en tems égaux il s'accroit au corps qui tombe des parties égales de vîteſſe. Et pour le démontrer voici comme il argumente.

Poſons qu'un mobile tombant du point A paſſe au premier tems l'eſpace A B, & qu'arrivant en B il y ait aquis un dégré de vîteſſe qui lui faſſe parcourir, au ſecond tems d'un mouvement égal, un autre eſpace comme B D. Or nous ſavons que l'eſpace qui doit être parcouru au ſecond tems, doit être plus grand que B D, parce que cét eſpace ſeroit parcouru ceſſant même toute action de la péſanteur : mais comme le mobile eſt porté d'un mouvement compoſé du mouvement égal par lequel il paſſeroit l'eſpace B D & de celui des poids qui tombent par lequel il eſt néceſſaire qu'il ſoit porté en bas par l'eſpace D E égal à A B ; ajoûtant donc à B D l'eſpace D E égal à A B, nous ſavons que le mobile au ſecond tems arrivera en E.

Mais ſi nous cherchons, dit-il, quelle eſt la vîteſſe que le mobile doit avoir en E à la fin du ſeconde tems, nous trouverons qu'elle eſt double de celle qu'il avoit en B à la fin du premier. Car nous avons dit qu'il êtoit emporté d'un mouvement compoſé du mouvement égal avec la vîteſſe aquiſe en B & de celui qui lui vient de ſa péſanteur, lequel au ſecond tems étant abſolument le même qu'au premier, doit dans le cours du ſecond tems conférer au mobile un vîteſſe égale à celle qu'il lui a imprimée dans la fin du premier tems. Partant comme le mobile a conſervé entiérement la vîteſſe aquiſe à la fin du premier tems, il paroît qu'il a dans la fin du

ſecond tems deux fois, c'eſt-à-dire le double de cette même vîteſſe.

Voilà la démonſtration dans les mêmes termes que j'ai traduits du latin, dans laquelle ſa maniére de raiſonner a quelque choſe qui fait peine ; car il ne paroît pas bien que nous ſachions, comme il dit, qu'il eſt néceſſaire que le mobile au ſecond tems ſoit porté par le mouvement de ſa péſanteur au long de l'eſpace D E égal à l'eſpace A B qu'il a paſſé dans le premier tems ; à moins que l'on ne poſe que le mouvement des graves eſt uniforme, & l'on ne voit pas clairement que ce mouvement qui lui vient de ſa péſanteur ſoit, comme il dit, abſolument le même au ſecond tems qu'au premier, ni qu'il doive conférer au mobile dans le cours du ſecond tems une vîteſſe égale à celle qui lui a été imprimée à la fin du premier, ſi l'on ne ſuppoſe le principe de Galilée, c'eſt-à-dire que le mobile en tombant aquiert dans les tems égaux de ſa chûte des dégrez égaux de vîteſſe. Qui eſt pourtant ce qu'il faloit démontrer.

Cette défectuoſité dont je viens de parler n'eſt que dans la forme du ſylogiſme, & elle n'ôte rien à la vérité de l'hypothéſe, ſur laquelle il démontre fort bien, (ſuppoſé que la vîteſſe en E au ſecond tems, ſoit double de la vîteſſe en B, & celle que le mobile a aquiſe en G au troiſiéme tems triple de la même,) que les eſpaces B D, E F, G H êtant parcourus d'un mouvement égal, l'eſpace E F paſſé avec la vîteſſe en E eſt double de l'eſpace B D paſſé avec la vîteſſe en B, & l'eſpace G H paſſé avec la vîteſſe en G triple du même eſpace B D, & ainſi du reſte.

En-ſuite il fait voir que l'eſpace paſſé dans un certain tems par un mobile tombant du point de repos, eſt la moitié de celui qu'il paſſeroit d'un mouvement égal en même tems & avec la vîteſſe aquiſe au dernier moment de ſa chûte : c'eſt-à-dire que l'eſpace

B D paſſé d'un mouvement égal au ſecond tems avec la vîteſſe aquiſe en B, eſt double de l'eſpace A B paſſé dans le premier tems par le mobile tombant du point de repos A. Car comme les eſpaces parcourus dans les quatre premiers tems égaux ſont A B, B E, E G, G K. qui ont entr'eux une certaine proportion ; ſi nous prenons les doubles des mêmes tems, enſorte que nous ayons pour premier tems, les deux pendant lesquels le mobile a parcouru les deux eſpaces A B, B E & pour ſecond les deux autres pendant lesquels les deux eſpaces E G, G K ont été paſſés. Il faut que les deux eſpaces A E, E K parcourus dans des tems égaux par le mobile tombant du point de repos A, ſoient entr'eux comme les eſpaces A B, B E qui ſont auſſi paſſés dans des tems égaux partant du même point de repos A ; & en changeant que B E ou ſon égal D A ſoit à A B comme E K à A E, & en diviſant D B à A B comme E K moins A E eſt à A E. Mais E K étant égal à cinq D B & deux A B, & A E égal à B D & deux A B ; E K moins A E ſera égal à quatre D B ; & partant D B eſt à A B ou quatre D B à quatre A B, comme quatre D B eſt à D B & deux A B ; donc D B eſt égal à deux A B.

D'où il s'enſuit que les eſpaces parcourus dans des tems égaux à commencer du point de repos, ſont entr'eux comme les quarrez des tems de leur chûte ou comme les quarrez des vîteſſes aquiſes. Car puis-que les eſpaces A B, B E, E G, G K paſſez dans des tems êgaux, ſe ſurpaſſent l'un l'autre d'un même excez qui eſt égal à B D ; il paroît que B D étant double de A B, l'eſpace B E ſera triple du même ; & E F êtant double de B D, E G ſera quintuple de A B ; ainſi G H étant triple de B D, G K ſera ſeptuple du même A B & ainſi des autres dans la ſuite des premiers nombres impairs 1 : 3 : 5 : 7 : 9 : &c. qui ſont les différences des premiers quarrez.

Chapitre 4.2.14

Suite de la réponce à la cinquiéme objection.

L'On pourroit maintenant dire avec quelque raiſon que tout ce que nous venons d'expliquer pour établir nôtre hypothéſe ſur la nature du mouvement des corps qui tombent ſuivant le ſentiment de Galilée, peut également convenir à celle qui veut que l'accroiſſement de vîteſſe ſe faſſe ſuivant la progreſſion des ſinus verſes, ſuppoſé, comme il a été dit ci-devant, que ces deux opinions ſoient de telle nature qu'elles ne puiſſent être convaincuës de faux par les expériences que nous pouvons faire. Et qu'ainſi la difficulté en la cinquiéme objection reſte toûjours en ſon entier à cét égard, par laquelle il eſt dit que ſuivant cette derniére hypothéſe, la figure parabolique que l'on donne à la ligne de la projection des corps ſe trouveroit fort altérée & toutes les conſéquences que l'on en tire.

Mais il eſt tres facile d'y répondre, en niant ſeulement la conſéquence de la propoſition : car quand il ſeroit même véritable que l'accroiſſement de vîteſſe dans le mouvement des corps qui tombent, ſe fit ſuivant la proportion des ſinus verſes ; la figure parabolique que l'on donne à la ligne de la projection ne s'en trouveroit pas pour cela ſi fort altérée, que l'on n'en pût tirer les mêmes conſéquences ; puiſque la courbe décrite par le mobile tombant ſuivant cette hypothéſe, ſeroit tellement conforme dans ſon commencement à nôtre ligne parabolique, que tout ce que nous avons dit, de celle-ci pourroit être hardiment prononcé de l'autre, ſans craindre de faire aucune erreur qui pût devenir ſenſible dans des projections vint fois plus grandes que celles qui

ſe font ordinairement parmi nous. Outre que cette opinion des ſinus verſes, quelque ingénieuſe qu'elle ſoit, eſt ſuſpecte par ſes conſéquences : parce que ce qui ſuit de cette hypothéſe, (ſuppoſant le mouvement de la terre,) qu'un mobile en tombant arriveroit au centre en ſix heures de tems, ſe trouve peu conforme aux ſuites de nos expériences par leſquelles nous ſavons qu'un corps qui tombe, parcourt peu plus de deux toiſes dans le tems d'une ſeconde. Car ſi nous faiſons que comme le ſinus verſe d'une ſeconde eſt au ſinus total, ainſi l'eſpace de deux toiſes parcourus pendant une ſeconde eſt à un quatriéme proportionel, c'eſt-à-dire au demi-diametre de la terre ; nous trouverons plus de vint-quatre millions de toiſes pour la longueur de ce demi-diametre, que nous ſavons néanmoins n'en avoir pas plus de trois millions.

Chapitre 4.2.15

Réponce à la sixiéme objection.

NOus pouvons répondre à la ſixiéme objection ce que dit Galilée & que nous avons expliqué ci-devant dans la réponce à la quatriéme objection ; c'eſt-à-dire en exceptant des régles de nôtre Théorie les effets prodigieux que le feu de la poudre imprime aux balles d'artillerie, dont la vîteſſe eſt, dit-il, ſurnaturelle ; & avoüant comme lui, que la ligne que décrit la balle d'un mouſquet eſt, au moins dans ſon commencement, plus droite qu'il ne faut pour être parabolique, & qu'elle ne ſeroit en effet ſi l'impreſſion n'étoit pas ſi violente : ce qui peut être cauſe que la portée de but en blanc & celles qui ſe font avec peu d'êlévation ſur l'horizontale,

ſont plus grandes qu'elles ne ſont marquées dans les tables. Mais comme cela n'arrive pas aux autres projections, & principalement à celles des Bombes, qui ne ſont pas pouſſées avec tant de violence, & dont les tirs les plus ordinaires ſe font ſur des angles de plus grande élévation : nous n'avons pas de ſujet de nous plaindre de ces petites exceptions, qui ne nuiſ€nt point du tout au deſſein principal de cét Ouvrage, lequel n'eſt fait que pour faciliter les pratiques de l'artillerie qui ſont communes & ordinaires parmi nous.

Ce n'eſt pas que l'expérience rapportée dans cette objection ne ſoit ſuſpecte, c'eſt-à-dire celle d'un mouſquet qui, chaſſant à toute volée à la longueur de 360 toiſes, porté de but en blanc à celle de 100 toiſes ; ce qui ne devroit arriver ſuivant les tables qu'à l'élévation de huit dégrez. Car dans toutes ces ſortes d'expériences, il y a un concours de tant de cauſes différentes qui peuvent altérer la préciſion des effets, que le plus ſouvent ce que l'on impute à l'une dépend de l'autre, & même de celle à laquelle on n'aura point fait de réfléxion.

Ainſi l'on peut dire dans celle-ci par exemple, que la plus grande portée que l'on détermine à 360 to., eſt ici beaucoup mondre qu'elle ne devroit être, parce qu'ayant plus de chemin à faire que les autres, elle trouve plus d'obſtacle par la réſiſtance du milieu : & que la violence de l'agitation de l'air, que celle de la balle lui imprime en paſſant, ſuſpend peut-être en quelque maniére l'effet de ſa péſanteur & lui donne par ce moïen plus d'étenduë de portée dans les petites élévations.

Outre que ces tirs de but en blanc, quelque précaution que l'on prenne, s'êlevent toûjours au deſſus du niveau du but, tant parce que mirant au long du mouſquet qui eſt plus fort de métail à la

culaſſe qu'à la bouche, la direction de l'ame ſe trouve élevée de quelques dégrez, que par la raiſon que nous avons aportée ci-devant de l'action de la poudre qui, s'enflammant ſucceſſivement ſous la balle, la fait hauſſer conſidérablement. Deſorte que ſi l'on aſſemble toutes ces cauſes & d'autres encore que nous ne conoiſſons pas : ne peut-on pas dire que penſant tirer horizontalement, il arrive ſouvent que la balle eſt portée notablement en haut, & même juſqu'à l'élévation de ſept ou huit dégrez, dont il n'eſt pas ſi facile de reconoître la différence, & bien moins encore de diſtinguer la cauſe à la quelle on la doive imputer.

Ce qui fait que je crois que l'on peut aſſûrer avec beaucoup d'apparence de raiſon que la nature agiſſant toûjours d'une maniére, les coups de mouſquet dans leurs portées ne ſortent point des régles qu'elle a établies pour tous les autres corps jettez ; & que lors-qu'il ſe trouve de la différence dans l'exécution, cela vient ordinairement du faux jugement que nous faiſons de la direction de la balle & de l'eſtime de ſa véritable portée.

Chapitre 4.3.1

Explication d'une expérience du Pere Mersene.

Oici l'expérience d'un jet d'eau tirée des Hydrauliques du P. Merſene, par laquelle voulant montrer que la réſiſtance de l'air altére beaucoup la ligne parabolique que l'eau devroit décrire par ſa chûte, il dit qu'ayant marqué ſur une muraille une ligne droite à plomb comme A B diviſée en parties égales aux points 1, 2, 3, 4, &c., le jet d'eau A D C partant du point A & razant la même muraille, s'éloignoit dans la diſtance de la premiére de ces parties à

la longueur horizontale de dixſept pouces ; à la ſeconde de vint-quatre pouces ; à la troiſiéme de trente ; à la quatriéme de trente cinq ; à la cinquiéme de trente neuf : à la ſixiéme de quarante deux : dont les quarrez, dit-il, ne ſont pas entr'eux comme les parties de la droite A B qui leur répondent, ainſi qu'ils devroient être, ſi ces nombres étoient les ordonnées d'une ligne parabolique A D C dont l'axe eſt la droite A B & le ſommet au point A.

En-ſuite il s'embaraſſe dans des réfléxions de Géometrie, aſſez ſubtiles, mais qui ne ſont rien au ſujet, ſans

s'appercevoir que ces nombres ne ſont pas tant éloignez qu'il dit de nôtre hypothéſe. Car ſi l'on ſuppoſe qu'à la premiére partie la premiére ordonnée ſoit, comme il dit, de dixſept pouces ; la ſeconde ſuivant nôtre Théorie doit être de vint-quatre pouces & une ligne ; la troiſiéme de vint-neuf pouces ſix lignes ; la quatriéme de trente quatre pouces ; la cinquiéme de trente huit, & la ſixiéme de quarante & un pouces huit lignes. Où l'on voit que les différences de nombres qu'il poſe & de ceux que demande la ligne parabolique ſont ſi petites, qu'il y a raiſon de douter de la juſteſſe de ſon calcul ; outre qu'il y a peu d'apparence que les ordonnées ſe trouvent ſi juſtes en nombres entiers & même plus grans ſur la fin qu'ils ne devroient être, quand même il n'y auroit point de réſiſtance dans l'air, laquelle devroit bien plûtôt en diminuer l'étenduë que l'augmenter. Ce qui me fait croire que le jet d'eau s'élargiſſant, comme il dit, en forme d'ellipſe à meſure qu'il s'éloigne du point de ſa chûte, il a pris pour la fin de ſes ordonnées l'étenduë des gouttes les plus éloignées au lieu de celle du milieu. Si l'on poſe que la troiſiéme des ordonnées ſoit juſtement de trente pouces, les différences n'en ſeront pas ſi grandes ; comme l'on voit par les nombres de la table dont les premiers

ſont ceux de l'expérience du Pere Merſene ; les ſeconds ſont ceux qui devroient être, ſuppoſé que la prémiere ordonnée fut de dixſept pouces ; & les derniers, ſuppoſé que la troiſiéme ordonnée fut de trente pouces. Et partout on voit que le jet d'eau ſuit aſſez exactement la ligne de nôtre hypothéſe, c'eſt-à-dire la parabolique.

Chapitre 4.3.2

Premiére experience faite à l'Académie Royale des Sciences par Monsieur Mariote.

MOnſieur Mariote après avoir fait diverſes expériences particuliéres des jets d'eau, en a fait voir une dans l'Académie Royale des Sciences qui convient préciſément à la Théorie de Galilée. Ayant fait êlever un tonneau plein d'eau à la hauteur de ſept ou huit piés, percé dans le fond par un tuyau perpendiculaire de ſix piés de long & d'environ deux pouces de diametre, avec un ajutoir ou robinet perpendiculaire & un autre incliné ſuivant l'angle de 45 dégrez : il a fait voir que l'eau, ſortant par deux robinets en même tems, faiſoit deux jets dont le perpendiculaire êtoit toûjours moindre de quelques pouces que la hauteur de l'eau contenuë dans le tonneau ; & l'autre s'étendoit au loin, enſorte néanmoins que ſa longueur horizontale étoit toûjours double de la hauteur du jet perpendiculaire ; l'un & l'autre diminuant avec une admirable uniformité à meſure que l'eau du tonneau ſe vuidoit, & conſervant toûjours cette proportion double du grand jet à la hauteur du petit.

Les autres expériences qui ſe ſont faites & répétées pluſieurs fois dans la même Académie, & même à l'Obſervatoire en préſence de Monſeigneur le Dauphin, ne permettent pas que l'on puiſſe douter davantage de la vérité de nôtre ſuppoſition, à laquelle elles ſe ſont trouvés conformes en tous les cas avec autant de préciſion & de juſteſſe que l'on ſauroit attendre des expériences humaines.

Chapitre 4.3.3

Seconde expérience faite à l'Académie Royale des Sciences, par la machine de Monsieur Perrault.

ET ſans parler de celles que j'ai faites en mon particulier avec de l'eau, avec un arc, une arbaletre, un arc à jaler, un trébuchet fait à l'imitation des Baliſtes des Anciens ; & même avec un piſtolet chargé toûjours également & de même poudre, (quoi qu'elles ayent toutes réüſſi aſſez juſte ;) j'expliquerai ſeulement celles-ci qui ont été faites publiquement, dont la premiére eſt par le moyen de cette Machine de l'invention de M. Perrault.

C'eſt une roüe ou tambour A, autour duquel eſt roulée la corde qui porte le poid B, la barre C D paſſe

derriére le tambour & elle eſt attachée à ſon pivot E, enſorte que le pois B, faiſant par ſa chûte tourner le tambour donne auſſi le mouvement à la barre, qui décrivant l'arc de cercle C F & frappant contre un autre pivot ſolide & bien attaché au point F, fait

partir la balle G, avec la vîteſſe que le mouvement du poids lui imprime ſuivant la direction de la droite F H qui touche l'arc C F au point F. Ce pivot au point F eſt poſé au centre du quart de cercle I K ſitué verticalement & diviſé en 90 dégrez à commencer du haut de la perpendiculaire I F ; & le tambour A peut tourner dans le creux M N ſur le même centre F par le moïen de la barre ou rayon A F, afin de pouvoir donner tel dégré d'élévation que l'on veut au jet de la balle : car poſant la barre A F ſur le dégré propoſé du quart de cercle, & attachant le tambour en cette ſituation par le moïen d'une viz & d'un écrouë qui eſt derriére la rouë, en ſorte qu'il y ſoit ferme ; l'angle L F H de la direction de la balle eſt le même que l'angle I F A de l'inclination de la Machine. Par ce moïen amenant le bout D de la barre C D au-deſſus du pivot F, le poids tombant lui fera faire un demi tour en toutes ſortes de ſituation : & partant l'impreſſion ſera toûjours la même ; & la différence des portées ne viendra que de la différence des angles de poſition. L'on pourroit lui faire faire un tour entier & augmenter par ce moyen la force de l'impreſſion, en ôtant la queuë A D de la barre C D, & amenant le point C au-deſſus du point F.

Cette réfléxion m'ayant fait dire à M Perrault que ſa machine, étant aſſez forte, pourroit avoir ſon utilité à jetter des Grenades & des petites Bombes dans les logemens des ennemis, lors-qu'on en eſt aſſez près ; il m'a donné le deſſein d'une autre machine qu'il a faite à l'imitation des Catapultes antiques, laquelle peut être de tres grand uſage & dont je parlerai ci-après.

Chapitre 4.3.4

Troisiéme expérience faite à l'Academie Royale des Sciences par le moïen du vif argent.

LA difficulté que j'avois trouvée dans les expériences que j'ai faites avec de l'eau, qui s'épanoüit ſur la fin du jet en forme d'ellipſe, & ſe réſout même en gouttes menuës lorsque le jet eſt un peu long ; me fit penſer qu'une liqueur ſur qui l'air ne pourroit point agir avec tant de force, ſeroit plus propre à nous déterminer : & faiſant réfléxion que le vif argent eſt quatorze fois plus péſant que l'eau ; je propoſai d'en faire l'expérience à Meſſieurs de l'Académie Royale des ſciences, qui donnerent ordre à M Rômer de l'exécuter ; ce qu'il a fait par le moyen de cette machine.

C'eſt un tuyau de bois de vint ſix pouces de hauteur & de huit ou neuf lignes de diametre, fermé par le bout inférieur au moïen d'un robinet attaché au tuyau avec une peau d'anguille pour pouvoir ſûrement contenir le vif argent & ſe mouvoir en toutes ſortes de poſition. L'œil du robinet n'eſt que d'une demi-ligne, & l'on peut lui donner tel angle d'élévation que l'on veut par le moïen d'un quart de cercle ſitué verticalement au long du tuyau. Tout cét appareil eſt poſé ſur un auget horizontal bien poli & diviſé dans ſa longueur, qui eſt de quatre à cinq piés, en pouces, lignes & demi lignes avec beaucoup de juſteſſe, afin de pouvoir juger préciſément de la longueur des portées par la chûte du vif argent dans cét auget : & pour plus de précaution, l'on a mis de beaut une carte teinte en noir ſur le même auget dans toute ſa longueur,

& de la hauteur du tuyau, ſur laquelle on a marqué, avec tout le ſoin poſſible, le cours entier des paraboles du vif argent en pluſieurs élévations différentes, pendant que dans ſon paſſage il razoit la carte de fort près. Sur cette préparation le tuyau ayant

êté rempli à la hauteur de vint quatre pouces & deux dignes avec du vif argent bien épuré : l'on a premiérement remarqué que lors-que le robin eſt mis perpendiculairement vers le haut, le vif argent ne rejallit qu'à la hauteur de vint-deux pouces trois lignes ; quoi que ſuivant l'inclination de deux dég. & demi, il monte à celle de vint deux pouces huit lignes & demi. D'où l'on peut néceſſairement inférer, que le jet perpendiculaire A B ne monte pas à la hauteur qu'il devroit A D, tant à cauſe de la réſiſtance de l'air, ainſi que nous l'avons dit ci-devant, que parce que les goutes en B, tombant ſur celles qui viennent après, les arrêtent & interrompent la force de leur impreſſion. Ce qui n'arrive point au jet incliné A C E où les gouttes en C ne retombent point vers A, & n'altérent rien à l'impreſſion de celles qui les ſuivent. Ce qui fait que l'on peut ſûrement prendre pour la véritable hauteur du jet perpendiculaire celle de vint-deux pouces neuf lignes.

Voici les longueurs & les hauteurs des portées du vif argent en diverſes élévations, tirées de la Table noire ſur laquelle les paraboles entiéres ont êté décrites, & vérifiées par la répétition de pluſieurs expériences tant à l'Académie Royale des Sciences qu'à l'Obſervatoire, & même en préſence de Monseigneur le Dauphin.

La hauteur du vif argent dans le tuyau au deſſus de l'œil du robinet : 24 pouces 2 lignes.

Le diametre de l'œil peu moins de 12 l.

La hauteur du jet perpendiculaire 22 p. 9 l.

TABLE

La premiére colonne de cette Table marque les dégrez des différentes élévations ſur lesquels les expériences ont êté faites. La ſeconde marque en pouces & lignes, l'étenduë des jets du vif argent meſurez ſur la ligne horizontale. La troiſiéme marque les amplitudes des paraboles ſuivant les mêmes élévations calculées ſur les tables de Galilée & de Torricelli. La quatriéme eſt celle des hauteurs perpendiculaires des mêmes jets du vif argent, meſurées ſur la carte noire ; ſur laquelle ils ont êté ſoigneuſement deſſinez dans tout leur cours. La cinquiéme marque les hauteurs des mêmes jets calculées ſur les Tables de Galilée & de Torricelli.

Où l'on voit en général que l'expérience eſt tellement conforme à la Théorie, que leur plus grande différence ne monte pas à la centiéme partie de l'étenduë du jet ; ce qui doit être bien plûtôt attribué à quelqu'une des cauſes que nous avons expliquées ci-devant, qu'à aucun défaut de l'hypothéſe. D'autant plus que les portées qui ſe font autour du ſixiéme point de l'équerre, c'eſt-à-dire aux environs de l'angle demi-droit, qui ſont les plus ordinaires pour les jets des Bombes, ſont les plus juſtes & les plus proches de celles que l'on trouve par le calcul.

Il eſt à remarquer dans cette expérience que le filet du vif argent, mêmes aux jets les plus obliques & les plus inclinez à l'horizon, eſt plus gros quatre fois que n'eſt l'œil du robinet d'où il ſort ; ce qui vient, peut être, de la diſpoſition des parties qui compoſent le vif argent, qui dans leur ſortie par l'œil du robinet ſe trouvent comprimées & reſſerrées par le poids du liquide qui eſt au-deſſus dans le tuyau & ſe remettent dans leur êtat ordinaire auſſi-tôt qu'elles ont la liberté de le faire dans l'air ; d'où l'on pourroit inférer en quelque maniére, que ces parties font une eſpéce de

reſſort entr'elles. Mais ce n'eſt pas ici le lieu de diſcourir à fond ſur cette matiére.

Livre 4.4

Résolution des difficultez de la pratique du jet des Bombes.

Près avoir examiné les raiſons qui ſembloient devoir entiérement détruire la Théorie que nous avons ſuppoſée dans tout ce diſcours, il ne reſte plus maintenant qu'à réſoudre les difficultés que l'on peut propoſer contre la pratique, à laquelle on donne ordinairement ou trop ou trop peu.

Chapitre 4.4.1

Premiére objection. La Théorie n'est point nécessaire pour les pratiques de la guerre.

CAr la plus grande partie de ceux qui ſont profeſſion de porter les armes, mêmes des Officiers & particulierément de ceux qui n'ont pas êté cultivez par l'étude des lettres dans leur jeuneſſe, diſent hardiment qu'il ne faut que de la pratique pour la guerre ; que c'eſt un mêtier qui ne s'apprend point dans les livres ni par les régles ; que ceux qui n'ont que de la Théorie ſe trouvent bien empêchez à prendre leur parti dans l'action ; & que cét appareil d'étude de Mathématique ne ſert le plus ſouvent qu'a donner de

la préſomption. Que ſur le fait dont il s'agit, la haute capacité de ceux qui ſervent maintenant le Roi dans l'Artillerie, & même dans l'Art de jetter les Bombes, qui ſe trouve préſentement au plus haut point où l'on ſauroit humainement parvenir, marque ſuffiſamment qu'il eſt fort inutile de vouloir les charger de cette quantité de préceptes & d'opérations de Mathematique ſi difficiles à comprendre par le bon ſens & par la ſeule pratique, ils exécutent ponctuellement ce qui leur peut être propoſé ſur cette matiére, ſans être aſſujetis à aucunes régles ni de meſures ni de calcul.

Chapitre 4.4.2

Seconde objection. Les inégalités de la matiére empêchent dans la pratique les effets des régles de la Théorie.

LEs autres au contraires aſſûrent, que bien que ces régles puiſſent avoir quelque juſteſſe dans la Théorie, elles ne ſauroient néanmoins réüſſir dans la pratique, à cauſe des irrégularitez & des inégalitez qui ſe trouvent dans la matiere ſur laquelle elles doivent être appliquées, & qui ne peut jamais être ſi heureuſement maniée qu'elle ne corrompe preſque toûjours les effets des opérations les mieux conçûës & les plus ſoigneuſement exécutées.

En effet il eſt, diſent ils, mal-aiſé de comprendre que l'impreſſion, que la Bombe ou le boulet reçoit par le feu du mortier ou du Canon dans chaque coup, ſoit toûjours la même, comme il faut néanmoins qu'elle ſoit néceſſairement pour tirer quelque uti-

lité de la doctrine du jet des Bombes ; & que cette force ne change point ſe ſervant de tant de ſortes de poudres ſi différentes en leur compoſition & en leurs effets. Qui ne fait que la même poudre, c'eſt-à-dire celle qui eſt faite de la même compoſition, fait effort à proportion de ce qu'elle eſt plus groſſe ou plus menuë grénée, qu'elle eſt plus humide ou plus ſéche, plus nouvelle ou plus vieille ? & qui peut aſſûrer que par le poids ou par la meſure, la charge ſoit toûjours la même ; & qu'il y ait même quantité de poudre en tous les coups dans la piéce ou dans la chambre du mortier ; y ayant plus de poudre dans un même poids quand elle eſt ſéche que quand elle eſt humide, & plus de poudre menuë grénée que de poudre à gros grains dans une même meſure.

Quel changement n'arrive-t-il pas à l'êtenduë des portées par la ſeule différence des maniéres de charger la piéce ou le mortier ; comme lors-que la bombe eſt poſée (comme on dit) à nud ſur la poudre, ou lors-que la chambre eſt bouchée d'un tampon pouſſé à force ; ſi la poudre eſt fort ou peu battuë, ſi elle s'allume par tout êgalement ou à repriſes ; ſi la piéce ou le mortier eſt échaufé ou s'il eſt froid ; ſi elle recule ou ſi elle ne ſort point de ſa place ? & qui peut dire que l'on a pointé la piéce ou le mortier dans la préciſion qu'il doit étre, quelque ſoin que l'on y ait pris & quelque juſtes que puiſſent être les inſtrumens dont on ſe ſert ?

Qui peut répondre que l'ame de la piéce ou du mortier ſoit parfaitement droite, égale & bien arrondie au dedans ? Que la bombe y convienne préciſément, & qu'elle ſoit parfaitement ronde ? Que la ligne qui fait l'axe de la chambre du mortier étant continuée rencontre préciſément le centre de la bombe, afin que l'action de la poudre embrazée ſe faſſe uniformement autour de ſa circonférence, & ne lui donne pas plus d'impreſſion d'un côté que

d'autre ? Que la bombe êtant chargée ait un même centre de grandeur & de péſanteur ; Que le plan de la batterie ſoit égal, également fort, uni, & parfaitement de niveau ? Que le mortier ſoit ſi bien monté ſur ſon affût que l'axe de ſes tourillons traverſe celui de l'ame & ſoit toûjours parallele à l'horizon ; & mille autres particularités de cette nature, dont la moindre eſt capable d'altérer la direction de la balle & de rendre par conſéquent inutiles toutes les ingénieuſes précautions de la Théorie ; & que ſera-ce enfin ſi toutes ou la plûpart y concourent par leur irrégularité ?

Voilà, ce me ſemble, ce que l'on peut apporter contre le deſſin de ce livre au ſujet de la pratique ; à quoi il faut eſſaïer de ſatisfaire, ainſi que nous avons fait aux difficultez propoſées contre la Théorie.

Chapitre 4.4.3

Réponce à la premiére objection.

AInſi je dirai à ceux qui donnent tout à la pratique, qu'il eſt vrai-qu'elle eſt tres-néceſſaire en tous les Arts, & particuliérement à la guerre ; où l'on ne devient ordinairement habile que par un long uſage & par une ſuite d'obſervations faites avec grande application & jugement ; & où ceux qui n'ont que de la Théorie ſe peuvent trouver empêchez à l'abord & juſqu'à ce qu'ils ſe ſoient reconûs, & qu'ils ayent appris à diſtinguer les tems & les lieux où les régles qu'ils ont appriſes, peuvent être employées utilement. Mais qu'il eſt auſſi tres-faux de dire que la Théorie leur ſoit inutile ; puis-qu'il n'y a rien de plus certain que cette pratique ju-

dicieuſe & appliquée, dont je viens de parler, ne contribuë jamais mieux à perfectionner un homme de guerre, que lors-qu'elle eſt fondée ſur une étude ſolide de préceptes. Et ſans m'amuſer à rechercher de grans raiſonnemens pour appuyer cette penſée, ni à faire un grand dénombrement des fautes conſidérables où tombent tous les jours ceux qui ſont dépourvûs du ſecours des régles, lors-qu'ils ſe trouvent dans des rencontres extraordinaires : il ſuffit de dire que c'eſt le ſentiment du plus grand Roi du monde & du plus habile dans le métier, qui ne voudroit pas que l'on fit perdre le tems à Monseigneur le Dauphin, en lui enſeignant ce qui ſe peut apprendre de Théorie ſur ce ſujet, & qui ne voudroit pas ſe donner la peine de le faire travailler en ſa préſence & corriger lui-même, en Pere & en bon Maître, les fautes qu'il fait ſur les deſſeins des places irréguliéres qu'il lui propoſe à fortifier, comme la choſe la plus importante & la plus difficile de la fortification ; s'il n'êtoit bien perſuadé que ces conoiſſances lui ſeront utiles à l'avenir.

C'eſt à cét exemple que la plûpart des perſonnes de qualité travaillent préſentement à cette partie des Mathématiques qui ſert principalement à la guerre. Et c'eſt ſur ce fondement que les principaux Miniſtres de ſa Majeſté ſe ſont ſoigneuſement appliqués à cette étude, pour ſe mettre en êtat de connoître par eux-mêmes, ce qu'il y a de bon dans les propoſitions qui leur ſont faites ; & de bien juger & du babil des Charlatans, qui ont êté en ſi haute réputation par le paſſé, & du ſavoir ſolide des gens de mérite.

Ce que l'on apporte de la ſuffiſance de ceux qui ſervent préſentement le Roi dans les batteries, & particuliérement dans celles des Bombes, ne détruit rien de ce que je dis : car quoi qu'il ſoit conſtant qu'ils ayent mis cét Art dans un tres haut dégré de per-

fection par la ſeule force de leur Génie & par leur grande application ; il eſt auſſi tres-véritable qu'ils ſeroient bien plus facilement parvenus à cette haute capacité, s'ils avoient été aidez des connoiſſances de la Théorie. À le bien prendre, leur ſavoir ſe termine à la connoiſſance des cas particuliers, qu'ils n'ont reconus qu'à force de les avoir obſervés ; & qu'ils auroient bien plûtôt, plus univerſellement, & plus aſſurément découverts dans les régles que cette doctrine leur auroit enſeignées.

Je pourrois ajoûter, que comme les ſujets de ce mérite ſont extrémement rares, & ſe trouvent peu ſouvent à cauſe de la difficulté qu'ils ont d'aquérir cette ſuffiſance par les ſeules obſervations de pratique ; l'on en devroit ce me ſemble eſtimer les régles de la Théorie d'autant plus, qu'elles facilitent les moïens de parvenir à la perfection & qu'elles peuvent par conſéquent ſervir à former de bons Eleues dans cét Art.

Chapitre 4.4.4

Réponce à la seconde objection.

L'On ne peut pas dire à ceux qui propoſent les difficultez, que nous avons raportées ci-devant contre la pratique & qui ſont pour la plûpart fondées ſur la réſiſtance & l'inégalité de la matiére, qu'elles ne ſoient tout-à-fait raiſonnables, & qu'il n'y en ait peut-être une infinité d'autres que nous ne conoiſſons pas, à qui l'on pourroit imputer la cauſe de ces effets bigearres & ſurprenans que nous voyons ſi ſouvent arriver dans l'Artillerie : mais l'on peut au moins aſſûrer que ces obſtacles peuvent être ſuffiſam-

ment ſurmontez par la ſoin & par la méditation laborieuſe de ceux qui s'appliquent tout-à-fait à ce mêtier, & qu'ils ne ſont pas capables d'empêcher que l'on ne faſſe cependant un bon uſage de nos préceptes.

Ceux qui ſervent préſentement aux batteries des Bombes, où ils n'agiſſent que ſur les conoiſſances qu'ils ont aquiſes par l'expérience, rencontrent toutes les mêmes difficultez & trouvent par tout les mêmes obſtacles ; qui cependant ne les empêchent pas de tirer juſte : c'eſt-à-dire qu'ils ſavent par la pratique le moïen de les connoître & d'y remédier, & d'y appliquer en-ſuite les régles qu'ils ſe ſont formées par le long uſage, par le moïen deſquelles ils font porter la bombe où ils veulent. Pourquoi donc, à leur exemple, ne peut-on pas dire que ceux qui ſe ſervent des préceptes de cette doctrine, ont le même avantage de pouvoir par la pratique connoître & corriger ces défauts, avant que d'y appliquer les régles de la Théorie.

En un mot on ne peut pas aſſûrer qu'en tous les Arts, la ſimple conoiſſancne des préceptes ſuffiſe à leur perfection ; il faut les ſavoir appliquer au ſujet : & c'eſt dans cette application que l'on vroute toûjours la réſiſtance & l'opiniatreté de la matiére, qui fait naître mille obſtacles & mille empêchemens, que l'on ne connoît & que l'on n'apprent à vaincre que par la pratique & par l'expérience.

Quelle utilité pourroit on par exemple tirer de la Théorie de la Muſique, ſi l'on ne s'accoûtumoit par un long uſage à bien entoner les notes, à ſe former l'oreille à la juſteſſe des conſonances, à bien juger du bon & du mauvais effet qu'elles font dans leur mélange, tant entr'elles que parmi les diſſonances que l'on y peut inſérer. La ſcience des ordres d'Architecture & la parfaite co-

noiſſance de ſes préceptes ne peut pas être de grand fraut à un Architecte, s'il ne ſait par la pratique quel choix il doit faire des ornemens propres à l'édifice qu'il entreprent ? Quelle eſt la nature des matériaux qu'il y doit emploïer, & quel mêlange il en doit faire pour leur donner de la fermeté ? Quelle eſt la qualité du terrain ſur lequel il veut bâtir, de quelle maniére & de quelles meſures il doit faire ſes fondemens pour les rendre ſolides ; & mille autres particularitez qui rendent les édifices imparfaits & défectueux quand elles ſont ignorées ou négligées.

Ces difficultez néanmoins ſe peuvent vaincre par le courage & par le travail de ceux qui s'y appliquent ſerieuſement : les ſuperbes Bâtimens anciens & modernes, & les concerts admirables qui nous raviſſent tous les jours, nous aprennent que l'on peut devenir excellent Muſicien & parfait Architecte. Enfin après ce que nous avons vû par le retour heureux de ceux qui voyageant, pour ainſi dire, juſqu'en l'autre monde, ont eû la rage des vents, de la mer & des ennemis à combatre, celle de la faim & de la ſoif, mille périls des rochers, des courans, du feu ; & qui ont êté obligez de mettre en pratique ce qu'il y a de plus fin dans l'aſtronomie & dans les mécaniques : nous pourrons aſſûrer qu'il n'y a rien d'impoſſible aux ſoins, au travail & à l'induſtrie de l'eſprit de l'homme.

Il eſt vrai que c'eſt dans ces grandes occaſions que l'on reconoît le mieux les avantages conſidérables que l'on tire de la ſcience de la Théorie, qui dreſſe la pratique & perfectionne l'expérience ; qui toutes enſemble font heureuſement prendre le bon parti dans les périls les plus préſens & les plus preſſants.

C'eſt auſſi pour cét effet que le Roi entretient libéralement ſur les ports de mer de ſon Royaume, des perſonnes intelligentes qui

enſeignent aux gens de Marine ce qu'ils doivent ſavoir de Théorie pour la navigation : & qu'il n'a rien épargné dans l'établiſſement qu'il a fait de ces Académies Illuſtres pour ſervir à l'avancement de ſes ſujets, je veux dire de celle des Sciences, de celle d'Architecture, & de celles de peinture & de Sculpture tant à Paris qu'en Italie ; étant perſuadé que la gloire de faire refleurir les Arts & les Sciences dans ſes États, n'êtoit pas indigne de ces mêmes ſoins & de cette laborieuſe application qui lui donnent tant de victoires.

Chapitre 4.4.5

Avantages à espérer de l'institution de la Compagnie des Bombardiers.

L'Inſtitution de la Compagnie des Bombardiers & les expériences qu'ils font pour le jet des bombes, fera ſans doute que dans peu cét Art aura toute ſa perfection : pourvû qu'ils ne ſe laiſſent pas prévenir de penſées de bien-ſéance, & qu'ils attendent à raiſonner ſur les proportions de leurs jets, lors-qu'ils auront un bon nombre d'épreuves exactes & fidéles en toutes ſortes d'élévation du mortier ; dans leſquelles ils doivent remarquer ſoigneuſement les juſtes longeurs des portées ſuivant la différence des angles, ainſi qu'elles ſe trouvent dans leurs expériences, ſans s'amuſer à les vouloir corriger par avance ſur des faux principes, comme il ſemble qu'ils ont fait par le paſſé ſur ce qui ſe voit dans leurs Tables.

Sur tout il ſeroit bon qu'ils s'accoûtumaſſent à l'uſage juſte & précis des élévations. Que par une ſuite d'épreuves ils pûſſent ſe

faire des régles pour la différence de la poudre, & déterminer ſi les longeurs des jets faits avec des poudres différentes ſur une même êlévation ſont proportionelles aux différens points qu'elles font courir ſur une même éprouvette. Qu'ils apriſſent à bien juger de la différence des mêmes portées ſuivant la differente quantité de la charge, & ſuivant la différente maniére de la charger avec tampon ou ſans tampon, avec la poudre plus ou moins battuë, & ſelon que le mortier eſt plus ou moins échauffé.

Ces expériences êtant bien faites & répétées pluſieurs fois, pourroient donner de grandes lumiéres pour la ſûreté de l'application des régles de la Théorie, & produire par ce moïen des effets merveilleux pour l'Art de jetter les Bombes ; dont les difficultés, quoi qu'en aſſez grand nombre en apparence, ne ſont pas néanmoins de grande conſéquence. Après tout l'on ne veut pas, comme je penſe, exiger d'un Bombardier que ſes tirs ſuivent toûjours cette préciſion Mathématique qui ſe voit dans les meſures du calcul des Tables, & les faire paſſer pour défectueux & déréglez lors-qu'ils s'éloignent ſeulement de quelques piés, ou même d'une toiſe ou de deux, du lieu où l'on lui auroit ordonné de faire porter ſa Bombe : & cela eſt néanmoins le plus grand détraquement que les difficultés qui naiſſent de la réſiſtance de la matiére, peuvent produire ſur l'étenduë des tirs d'un mortier, lors-que l'on y a apporté toutes les précautions néceſſaires.

Je dirai à ce propos que Moretti Ingénieur de la Republique de Veniſe dit dans ſon livre de l'Artillerie, que dans deux épreuves qu'il a faites avec beaucoup de ſoin du jet d'une Bombe de 100 livres péſant en raze campagne à l'élévation de 45 dég. ; il a remarqué qu'à la premiére avec la charge de 512 livres de poudre, & à la chambre du mortier fermée d'un tampon de bois pouſſé à

force, la Bombe a porté à la longueur de 600 pas Géometriques ; mais qu'à la ſeconde avec la même charge, la chambre êtant fermée ſeulement d'un étoupillon de filaſſe, elle n'a porté qu'à la longueur de 480 pas, c'eſt-à-dire 15 moins que la portée de la premiére.

L'on pourroit tirer quelques conjectures avantageuſes des tables faites ſur les obſervations des Bombardiers du Roi dont nous avons parlé dans la premiére partie : leſquelles marquent qu'un mortier de douze pouces de diametre chargé de 2 livres de poudre chaſſe à toute volée, c'eſt-à-dire à l'élévation de 45 dég. à la longueur de 2160 piés ; à la même longueur chargée de 212 livres ſous l'angle de 36 dég., & à celle de 2700 piés ſous l'angle de 45 dégrez avec la même charge ; à celle de 2664 piés chargé de 3 livres ſous l'angle de 37 dégrez, & à celle de 3240 ſous l'angle de 45 dégrez avec la même charge.

Ainſi un mortier de 8 pouces de diametre chargé de 12 livre de poudre chaſſe à la longueur de 1870 piés ſous l'angle de 45 dégrez ; à celle de 1922 chargé de 34 livres ſous l'angle de 32 dégrez, & à celle de 2790 ſous celui de 45 dégrez avec la même charge ; à celle de 2870 chargé de 1 livre de poudre ſous l'angle de 35 dégrez, & enfin à celle de 3690 piés à toute volée avec la même charge.

Mais ces proportions ſont ſuſpectes, à cauſe de la fauſſe eſtime qu'ils ont faite par prévention, comme j'ai dit, de bien-ſéance pour les augmentations de leurs tirs à chaque dégré.

Chapitre 4.4.6

Usage des mortiers & de quelques autres machines pour le jet des Bombes.

AU reſte les mortiers ne ſervent pas ſeulement à jetter des Bombes de toutes ſortes de groſſeurs, ils font auſſi les grans effets avec les pierres, dont on a vû beaucoup d'exemples au ſiége de Candie ; les Italiens les appellent Batterie de j Saſſi. L'on jette avec les mortiers des boulets rouges, des pots à feu, des barils ardans, des carcaſſes qui ſont des boites, faites de bandes de fer, de la groſſeur des Bombes, couvertes de groſſe toille goderonnée, & remplies de grénades & de compoſition à mettre le feu ; il y en a pluſieurs deſcriptions dans le

livre du grand Art de l'Artillerie de Cazimir Siemienowski dont nous avons parlé dans la premiére Partie.

Cét Auteur promet d'enſeigner, dans ſa ſeconde Partie, diverſes inventions de jetter les Bombes ſans mortier ; mais cette partie n'a point été imprimée. Il ne laiſſe pas de dire en paſſant que les frondes pourroient être fort utiles, au moins pour jetter les Grénades, ſi lon s'en rendoit l'uſage familier. À quoi je puis ajoûter que dans les deſſeins des Machines antiques, il y a des grandes frondes attachées à des Trébuchez qu'ils appelloient Fundibala ; & qui ſervoient aux anciens à jetter dans les villes aſſiégées des pierres plus péſantes que nos Bombes ; ce qui me fait dire que l'uſage n'en ſeroit peut-être pas à mépriſer. En voici quelque deſſeins.

Celle-ci eſt de l'invention de Monſieur Perrault, dont nous avons parlé ci-devant.

Les deux poids A A font tourner les roües B & la barre C D quand on lâche la corde qui la retient en C. Cette barre, après avoir fait le demi-tour D E, frappe contre la traverſe poſée en E, & donnant l'impreſſion à la Bombe D, elle la fait partir avec violence ſuivant la direction de la droite E F qui touche le demi-cercle D E en E. La branche mobile G arrêtée près ou loin du point E ſur les dents marquées en E G, donne telle élévation que l'on veut au jet de la Bombe en hauſſant ou baiſſant la machine.

Je finis par l'explication d'une maniére extraordinaire de jetter des pierres ſans mortier.

Les Polonois aſſiſtez des troupes auxiliaires de l'Empereur ſous la conduite du Comte de Souches, aſſiégeoient en l'année 1659 la ville de Torn en Pruſſe tenuë par les Suedois ; dans laquelle ils jettoient tres-ſouvent des pierres d'une groſſeur monſtrueuſe, des gros quartiers de meules de moulin & des Carreaux de plus de 800 péſant ſans ſe ſervir de mortiers,

en cette maniére. Dans le terrain raſſis près de la contr'eſcarpe ils creuſoient des trous juſtement de la grandeur & de la figure de la pierre qu'ils vouloient jetter, dont le fond plat & uni êtoit tourné vers la ville avec tel angle d'inclination qu'ils jugeoient par l'eſtime qu'il faloit donner pour la direction de leur jet ; & dans le milieu du même fond, ils creuſoient un autre trou plus profond en forme de chambre, & de telle ſorte que l'axe de ce dernier trou paſſant par le centre de gravité de la pierre ſe trouvât perpendiculaire à ſon lit & fut le même que la ligne de ſa direction. Ils empliſſoient le trou avec de la poudre ſi la terre êtoit aſſez ferme, ou

bien il y faiſoient entrer un pétard d'une grandeur proportionée au poids de la pierre, qui poſant ſur le plan du madrier du pétard ou du tampon de la chambre, recevoit l'impreſſion entiére du feu de la poudre que l'on allumoit par le moïen d'un filet trempé dans l'eau de vie & de la compoſition d'artifice, & s'êlevant en l'air à une tres-grande hauteur, elle alloit retomber dans la ville aux endroits où elle êtoit deſtinée, & où elle écraſoit tout ce qui ſe rencontroit à ſa chûte.

FIN.

Sources et licence

Texte : https://fr.wikisource.org/wiki/L%E2%80%99Art_de_jetter_les_-Bombes. Domaine public ; transcription Wikisource CC BY-SA 4.0. Mise en forme : liregratuitement.com. Tout ce que nous ajoutons reste libre.