

Le Traité des Corps flottants d'Archimède

Archimède

LU AVEC LIREGRATUITEMENT.COM

Livre libre de droits, lisible gratuitement en ligne et en quinze minutes par jour.

Livre I

Supposons que tout liquide soit de telle nature que, si l'on considère les parties de même niveau et continues, la moins poussée cède à celle qui l'est plus. Disons encore que chacune des parties est poussée par le liquide qui est au-dessus d'elle suivant la verticale [et cela, lorsque le liquide descend dans quelque chose et supporte quelque autre chose].

Une surface étant coupée par un plan, qui passe par un point déterminé, si la section est une circonférence ayant ce point pour centre, la surface sera sphérique.

Fig. 1.

Soit une surface coupée par un plan passant en κ de façon que l'intersection soit toujours une circonférence ayant pour centre κ. Supposons que ce ne soit pas une surface de sphère. Toutes les lignes allant du centre de la circonférence à la surface ne seront point égales entre elles.

Soient donc les points αβγδ sur la surface, et supposons ακ, κβ inégales entre elles. Par κα, κβ faisons passer un plan dont la section avec la surface soit la ligne αβγδ. Cette ligne sera une circonférence ayant pour centre κ, puisque telle a été notre position sur la nature de la surface en question.

Donc les lignes κα, κβ ne sont point inégales, et, nécessairement, la surface en question est sphérique.

Si un liquide est en état d'équilibre et d'immobilité, la forme de sa surface est celle d'une sphère ayant pour centre le centre de la Terre.

En effet, supposons le liquide en état d'équilibre et d'immobilité. Coupons sa surface avec un plan passant par le centre de la Terre. Soit κ le centre de la Terre. Soit αβγδ l'intersection de la surface du liquide avec ce plan.

Fig. 2.

Je dis donc que la ligne αβγδ est une circonférence, dont le centre est κ. En effet, s'il n'en est pas ainsi, les droites menées de κ à la ligne αβγδ ne seront pas égales. Prenons donc une droite qui, comparée à celles qui vont vers αβγδ, soit plus grande que les unes, plus petite que les autres. Avec cette ligne pour rayon, en prenant κ comme centre, décrivons une circonférence. Cette circonférence passera en partie au delà, en partie en deçà de αβγδ, puisque son rayon est plus grand que certaines des droites menées jusqu'à αβγδ, plus petit que certaines antres. Soit ζβε la circonférence ainsi décrite. Menons la droite κβ et les droites κζ et κελ formant des angles égaux. Décrivons encore en prenant κ pour centre, une circonférence ξοπ dans le même plan et dans le liquide.

Les parties de liquide, situées sur la circonférence ξοπ, sont de même niveau et continues entre elles. Celles qui sont situées en ξο sont poussées par le liquide ξοβζ sous βζ ; celles en οπ par le liquide ποβε sous βε. Ainsi les parties du liquide, situées sur l'arc de cercle ξο, ne sont pas poussées comme celles situées en οπ. Par conséquent, les moins poussées céderont aux plus

poussées ; nous n'avons donc pas affaire à un liquide en équilibre.

Or, nous l'avions supposé en état d'équilibre et d'immobilité. Il faut donc nécessairement que la ligne αβγδ soit une circonférence ayant pour centre κ.

On démontrera de même que, de quelque façon que l'on coupe la surface du liquide par un plan passant au centre de la Terre, l'intersection sera une circonférence ayant pour centre celui de la Terre. Il est donc évident que la surface d'un liquide en équilibre a la forme d'une sphère ayant le même centre que la Terre, puisque cette surface est telle que, coupée d'un plan par un point fixe, elle donne pour section une circonférence ayant pour centre le point par lequel est mené le plan dont on la coupe.

Un solide de même volume et de même poids que le liquide, dans lequel il est abandonné, y enfoncera de façon à n'émerger nullement au-dessus de la surface, mais à ne pas descendre encore plus bas.

En effet, supposons qu'un solide de même poids que le liquide y soit abandonné, et, si toutefois cela se peut, qu'il émerge au-dessus de la surface. Supposons le liquide en équilibre et immobile. Fig. 3.
Imaginons un plan qui passe par le centre commun de la Terre et du liquide et par le solide. Soit αβγ son intersection avec la surface du liquide, εζηθ le corps flottant, κ le centre de la Terre. Soit βγηθ la partie du solide immergée, βεζγ celle qui émerge.

Représentons-nous le solide comme compris dans une pyramide, dont la base est un parallélogramme à la surface du liquide et dont le sommet est le centre de la Terre. Disons que l'intersec-

tion αβγ est une circonférence et que celles des faces de la pyramide avec le plan sont κλ, κμ. Décrivons dans le liquide, autour de κ pris pour centre, une autre surface de sphère sous εζηθ, ce sera ξοπ ; et supposons-la coupée (suivant cette ligne ξοπ) par la surface du plan. Supposons une autre pyramide semblable, égale et contiguë à celle qui contient le solide. Soient κμ, κν les sections de ses faces par le plan. Envisageons, dans le liquide, un volume de ce liquide même, soit ρστυ, égal et identique à la partie βηγθ du solide qui se trouve immergée.

Les parties de liquide qui sont dans la première pyramide sous la surface coupée en ξο et celles de la seconde sous οπ sont de même niveau et continues. Or elles ne sont pas également poussées. En effet, celles qui sont en ξο sont poussées : 1 par le solide εζηθ, 2 par le liquide situé entre les surfaces λμ, ξο et les faces de la pyramide ; celles en οπ le sont : 1 par le solide ρστυ et 2 par le liquide situé entre les surfaces μν, οπ et les faces de la pyramide. Mais le poids du liquide μνοπ sera moindre que celui du liquide λμξο. En effet, la partie liquide ρστυ est moindre que le solide εζηθ, puisqu'elle est égale à la partie βγηθ et qu'on a supposé le solide de même poids et de même dimension que le liquide. Le reste des parties liquides est égal de part et d'autre.

Il est donc évident que le liquide, situé en οπ, cédera à celui qui est situé en οξ et qu'il ne sera pas en équilibre. Or on l'a supposé immobile.

Donc, aucune partie du solide en question n'émergera. Et le solide immergé ne descendra pas au fond, car toutes les parties du liquide, situées au même niveau, seront également poussées, puisque le solide est de même poids que le liquide.

Tout corps solide plus léger que le liquide où il est abandonné ne sera pas complètement immergé, mais restera en partie au-dessus de la surface liquide.

En effet, supposons un corps plus léger que le liquide et qui y est abandonné. Supposons, si toutefois la chose est possible, qu'il y soit totalement immergé sans qu'aucune partie s'élève au-dessus de la surface, que d'ailleurs le liquide reste immobile.

Fig. 4.

Imaginons maintenant un plan mené par le centre de la Terre, le liquide et le solide. Soit αβγ la circonférence suivant laquelle ce plan coupe la surface du liquide ; la section du solide est représentée par la figure en ζ, le centre de la Terre par κ. Imaginons, comme précédemment, une pyramide comprenant ζ et ayant pour sommet le point κ ; ses faces seront coupées par le plan αβγ suivant ακ, κβ. Admettons une autre pyramide égale et semblable, dont les faces sont coupées par le plan αβγ suivant κβ, κγ. Décrivons ensuite dans le liquide une autre surface de sphère située sous le solide et ayant κ pour centre ; elle sera coupée par le même plan suivant ξοπ.

Que l'on se représente, dans la seconde pyramide, un volume de liquide η égal au solide ζ. Les parties liquides de la première pyramide, situées sous les deux surfaces en ξο et celles de la seconde, situées également sous les deux surfaces en οπ, sont de même niveau et continues entre elles. Mais elles ne peuvent être également poussées. Car celles de la première pyramide le sont par le solide en ζ et par le liquide qui l'entoure et qui occupe la partie de pyramide αβοξ. Celles de la seconde sont poussées par le liquide en η et le liquide qui l'entoure et qui occupe la partie de

pyramide ποβγ. Mais le poids de ce qui est en ζ est moindre que celui de ce qui est en η, puisque nous supposons le solide égal en volume au liquide, mais plus léger. Quant au liquide qui entoure ζ et η, son poids est égal dans les deux parties de pyramides qui sont égales entre elles. Donc, la portion de liquide située sous les deux surfaces suivant l'arc de cercle οπ est la plus poussée des deux. Elle chassera donc la moins poussée et le liquide ne peut dès lors rester immobile. Donc, le solide ne sera pas entièrement immergé ; une portion en restera au-dessus de la surface du liquide.

Un solide plus léger que le liquide dans lequel on l'abandonne y enfonce de telle façon qu'un volume de liquide égal à la partie immergée ait le même poids que le solide entier. (Voir fig. 3.)

Faisons les mêmes constructions que ci-dessus, et supposons le liquide immobile. Soit un solide εζηθ plus léger que le liquide. Pour que le liquide soit immobile, il faut que les parties de même niveau soient également poussées. Par conséquent, le liquide sera également poussé sous les surfaces déterminées par les arcs de cercle ξο et οπ. Les poids qui les pressent seront donc égaux.

Mais le poids du liquide dans la première pyramide, diminution faite du solide βηθγ, est égal au poids du liquide de la seconde moins la partie πστυ. Donc, il est évident que le poids εζηθ est égal à celui du liquide πστυ. Donc, un volume de liquide égal à la partie immergée pèse autant que le solide entier.

Lorsqu'un corps est plus léger que le liquide où on l'enfonce et remonte à la surface, la force qui pousse en haut ce corps a pour mesure la quantité dont le poids d'un égal volume de liquide surpasse le poids même du corps.

Fig. 5.

En effet, soit un corps A plus léger que le liquide. Soit β le poids de ce corps, et β + γ le poids d'un volume de liquide égal à A. Il s'agit de démontrer que le corps A, enfoncé de force dans le liquide, remontera avec une force égale à γ.

Prenons un corps Δ, dont le poids soit égal à γ. L'ensemble composé des corps A et Δ sera plus léger que le liquide. Car, le poids des deux réunis est β + γ, mais le poids du liquide égal en volume à A + Δ, serait supérieur à β + γ qui est seulement ce que pèse un volume de liquide égal à A.

Donc, abandonnons dans le liquide l'ensemble composé des corps A et Δ. Il y enfoncera jusqu'à ce que le volume de liquide égal à la partie immergée ait le même poids que le corps tout entier. C'est, en effet, ce qu'on vient de démontrer.

[Soit αδ la circonférence formant la surface du liquide.] Puisqu'un volume de liquide égal à A a le même poids que AΔ, il est clair que la partie immergée sera A, que l'autre partie, c'est-à-dire Δ, émergera tout entière. [Cela étant démontré, le reste de la proposition l'est]. Il est évident que la force qui pousse A vers le haut est égale à celle qui pousse en bas la partie supérieure Δ, puisqu'aucune des deux parties n'entraîne l'autre avec elle.

Mais la pesée de Δ vers le bas est précisément le poids γ ; car nous avons supposé le poids de Δ égal à γ. Ce qu'il fallait démontrer est donc évident.

Un corps plus lourd que le liquide où on l'abandonne descendra au fond, et son poids, dans le liquide, diminuera d'une quan-

tité mesurée par ce que pèse un volume de liquide égal à celui du corps.

D'abord, il est évident que le corps descendra au fond. Car les parties de liquide qui se trouvent sous lui sont plus pressées que celles qui sont à son niveau, puisque le solide est supposé plus lourd que le liquide. Démontrons maintenant que son poids y diminuera de la quantité que nous avons dite.

Soit en effet un corps A plus lourd que le liquide, et soient β + γ le poids de A, β le poids du liquide égal en volume à A. Il s'agit de démontrer que le corps A, plongé dans le liquide, aura précisément pour poids γ. Prenons un autre corps Δ plus léger à égalité de volume que le liquide, ayant d'ailleurs pour poids β ; convenons Fig. 6.
qu'un volume de liquide égal à Δ aurait pour poids β + γ L'ensemble composé des corps A et Δ sera aussi pesant que le liquide. Car le poids des deux réunis est égal à β + γ + β ; mais le poids du volume équivalent de liquide est égal à cette même somme. Par conséquent, si l'on jette et qu'on abandonne ces deux corps réunis dans le liquide, ils y seront en équilibre et ne remonteront ni ne descendront ; car le corps A, étant plus lourd que le liquide, sera porté en bas, mais ramené aussi en haut, exactement avec la même force, par le corps Δ. Mais le corps Δ, plus léger que le liquide, est porté en haut par une force égale à γ. Car il a été démontré que les corps solides plus légers que le liquide où on les enfonce remontent à la surface avec une force égale à la différence entre le poids du volume de liquide égal au leur et leur propre poids. Or, le volume de liquide égal à Δ est plus lourd que Δ d'une quantité égale à γ. D'où il résulte que le corps A est porté en bas par un poids égal à γ.

Supposons que tout corps qui, plongé dans un liquide, remonte, est poussé en haut suivant la verticale qui passe par son centre de gravité.

Si un corps solide, ayant la forme d'un segment de sphère, est abandonné dans un liquide, et si la base du segment ne touche pas le liquide, le corps se tiendra droit, et l'axe du segment sera
Fig. 7.
vertical. Et si l'on dérange le solide, de façon à faire toucher le liquide par la base du segment, la figure, dès qu'on l'abandonne de nouveau, ne reste pas penchée, mais reprend sa situation droite.

[Note marginale du traducteur latin de 1269 :

« Il y avait un demi-feuillet blanc. La démonstration de ce théorème manquait dans mon exemplaire grec ; c'était la fin d'un cahier, et au commencement du cahier suivant se trouvaient des figures qui sont, selon moi, celles de ce théorème. »]

Par conséquent, si le corps est plus léger que le liquide, et si, quand on l'y abandonne, sa base y plonge tout entière, ce solide se tiendra droit et la direction de son axe sera verticale.

Envisageons un corps, tel qu'on vient de le définir, abandonné dans le liquide. Imaginons aussi un plan mené par la flèche du segment et par le centre de la terre. Soit αβγδ la circonférence que
Fig. 8.
forme l'intersection de ce plan avec la surface du liquide, εζη le contour de notre fragment sphérique, et enfin la droite εη.

La flèche du segment étant ζθ, admettons, si toutefois la chose est possible, que ζθ ne soit pas verticale. Il faut montrer que la figure ne gardera pas sa situation, et se redressera.

Le centre de la sphère est sur ζθ. D'abord, supposons le segment plus grand que la demi-sphère. S'il était égal à la demi-sphère, le centre serait en θ, en π s'il est plus petit, en κ s'il est plus grand.

Par κ et le centre de la terre λ, menons la droite κλ. La figure située au-dessus du liquide a son axe sur la verticale qui passe en κ. Pour les mêmes raisons, son centre de gravité est sur la ligne νκ, soit en ρ. Mais le centre de gravité de tout le segment est sur la ligne ζθ, entre κ et ζ, soit en τ. Par conséquent, le centre de l'autre partie de la figure, celle qui plonge dans le liquide, sera sur la droite τρ prolongée… sera avec τρ dans le même rapport où le poids de la portion de la figure qui émerge est avec celui de la portion immergée. Soit ο le centre de la portion immergée. Par ο, menons la verticale ολ. Le poids de la portion qui émerge se portera en bas suivant la droite ρο ; celui de la portion immergée en haut suivant la droite ολ. Donc la figure ne reste pas dans sa position. Mais les parties situées du côté de η descendent, celles situées vers ε montent, et cela continue jusqu'à ce que la ligne ζθ se trouve verticale.

Livre II

I. Si un corps est plus léger que le liquide où on l'abandonne, il y aura entre son poids et le poids d'un volume de liquide égal à celui de ce corps le même rapport qu'entre la partie immergée et le corps tout entier.

II. Soit un segment droit de conoïde rectangulaire dont la flèche (ne) dépasse (pas) en longueur une fois et demie la-ligne-

qui-vient-jusqu'à-l'axe, quel que soit le rapport de son poids avec celui du liquide, si on l'y abandonne de façon que sa base ne touche pas à ce liquide, et qu'on le mette dans une position inclinée, — il ne garde pas cette position, mais se redresse. (J'appelle redressement la position où la base ou section est parallèle à la surface du liquide).

III. Soit un segment droit de conoïde rectangulaire dont la flèche (ne) dépasse (pas) en longueur une fois et demie la-ligne-qui-vient-jusqu'à-l'axe ; quel que soit le rapport de son poids avec celui du liquide, si on l'abandonne dans le liquide de façon que sa base tout entière soit immergée, et qu'on le mette dans une position inclinée, — il ne garde pas cette position, mais se redresse de façon que son axe soit vertical.

IV. Soit un segment droit de conoïde rectangulaire plus léger que le liquide et dont la flèche dépasse en longueur une fois et demie la-ligne-qui-vient-jusqu'à-l'axe ; étant donné que le rapport de son poids spécifique avec le poids du liquide n'est pas plus petit que celui du carré de l'excès de la flèche sur une fois et demie la-ligne-qui-vient-jusqu'à-l'axe, avec le carré de la flèche ; si on l'abandonne dans le liquide de façon que sa base ne touche pas ce liquide et qu'on le mette dans une position inclinée, — il ne garde pas cette position, mais se redresse.

V. Soit un segment droit de conoïde rectangulaire, plus léger que le liquide et dont la flèche dépasse en longueur une fois et demie la ligne-qui-vient-jusqu'à-l'axe ; étant donné que le rapport de son poids (spécifique) avec celui du liquide n'est pas plus grand que celui de la différence entre le carré de la flèche et le carré de l'excès de la flèche sur une fois et demie la ligne-qui-vient-jusqu'à-l'axe avec le carré de la flèche ; si on l'abandonne

dans le liquide de façon que sa base y soit immergée tout entière et qu'on le mette dans une position inclinée, — il ne garde pas cette position, mais se redresse de façon que son axe soit vertical.

VI. Soit un segment droit de conoïde rectangulaire plus léger que le liquide et dont la flèche dépasse en longueur une fois et demie la-ligne-qui-vient-jusqu'à-l'axe, mais soit trop petite pour être avec cette ligne dans le rapport de 15 à 4 ; si on l'abandonne dans le liquide de façon que sa base touche ce liquide, — il ne restera jamais dans une position inclinée telle que sa base touche le liquide même en seul point.

VII. Soit un segment droit de conoïde rectangulaire plus léger que le liquide et dont la flèche dépasse en longueur une fois et demie la-ligne-qui-vient-jusqu'à-l'axe, mais soit trop petite pour être avec cette ligne dans le rapport de 15 à 4 ; si on l'abandonne dans le liquide de façon que sa base y soit plongée tout entière, — jamais il ne se placera de façon que sa base touche à la superficie du liquide, mais toujours dans une position telle qu'elle soit tout entière dans le liquide sans en toucher la superficie en un seul point.

VIII. Soit un segment droit de conoïde rectangulaire ayant sa flèche plus longue qu'une fois et demie la-droite-qui-vient-jusqu'à-l'axe, mais trop petite pourtant pour être avec cette ligne dans le rapport de 15 à 4 ; étant donné que le rapport de son poids (spécifique) avec celui du liquide est plus petit que celui du carré de l'excès de la flèche sur une fois et demie la-ligne-qui-vient-jusqu'à-l'axe avec le carré de la flèche ; si on l'abandonne dans le liquide de façon que sa base n'y touche pas, — il ne se redressera pas complètement ; mais il ne restera incliné que si son

axe fait avec la superficie du liquide un angle dont la grandeur va être déterminée.

IX. Soit un segment droit de conoïde rectangulaire ayant sa flèche plus longue qu'une fois et demie la-ligne-qui-vient-jusqu'à-l'axe, mais trop petite pour être avec cette ligne dans la proportion de 15 à 4 ; étant donné que le rapport de son poids (spécifique) avec celui du liquide est plus grand que celui de l'excès du carré de la flèche sur le carré de la différence entre la flèche et une fois et demie la-ligne-qui-vient-jusqu'à-l'axe avec le carré de la flèche, si on l'abandonne dans le liquide de façon que sa base y soit plongée tout entière, et en l'inclinant ; — il ne se redressera pas assez pour que l'axe devienne vertical ; mais il ne gardera pas la position inclinée, si ce n'est dans le cas où l'axe ferait avec la superficie du liquide un angle égal à celui dont il a été parlé précédemment.

X. Soit un segment droit de conoïde rectangulaire plus léger que le liquide et dont la flèche soit trop grande pour être avec la-ligne-qui-vient-jusqu'à-l'axe dans la proportion de 15 à 4, si on l'abandonne dans le liquide de façon que sa base n'y touche pas, — tantôt il se tiendra droit et tantôt incliné de façon que sa base touche au liquide en un point unique, et cela dans deux cas ; et sa position sera inclinée tantôt de telle sorte que sa base soit mouillée sur un espace plus étendu, tantôt de telle sorte qu'elle ne touche même pas en un point unique à la surface du liquide. Le rapport entre le poids du corps et celui du liquide pour chaque cas sera indiqué au fur et à mesure.

FIN.

Sources et licence

Texte : https://fr.wikisource.org/wiki/Le_Trait%C3%A9_des_Corps_flottants_d%E2%80%99Archim%C3%A8de. Domaine public ; transcription Wikisource CC BY-SA 4.0. Mise en forme : liregratuitement.com. Tout ce que nous ajoutons reste libre.